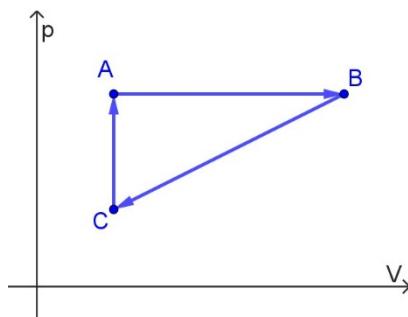


1. Un gas compie il ciclo ABCA riportato in figura 1. Il lavoro netto durante il ciclo è $+1,2 J$. Nella trasformazione da A a B, il gas acquista $+3,0 J$ di energia interna e compie un lavoro di $5,0 J$. Nella trasformazione da C ad A il gas riceve $+2,5 J$ di calore dall'esterno. Calcola il calore trasferito dal gas nella trasformazione da A a B e nella trasformazione da B a C.

$$L = +1,2 J \quad \Delta U_{AB} = +3,0 J \quad L_{AB} = +5,0 J \quad Q_{CA} = +2,5 J \quad Q_{AB}? \quad Q_{BC}?$$



Considero innanzi tutto la trasformazione isobara da A a B:

$$\Delta U_{AB} = +3,0 J \quad L_{AB} = +5,0 J$$

Applico il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L + \Delta U = +8,0 J$$

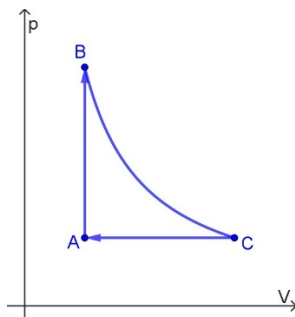
Considero, ora, la trasformazione completa: trattandosi di una trasformazione ciclica, non c'è variazione di energia interna, perciò, applicando il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L$$

Il calore totale del ciclo è la somma algebrica dei calori delle singole trasformazioni, perciò:

$$Q = L = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \Rightarrow Q_{BC} = L - Q_{AB} - Q_{CA} = -9,3 J$$

2. Un gas all'interno di una camera percorre il ciclo mostrato in figura 2. Durante la trasformazione AB il calore fornito è $20,0 J$, durante la trasformazione BC non si ha alcun trasferimento di calore e il lavoro totale compiuto durante il ciclo è $15,0 J$. Calcola il calore totale fornito al sistema durante la trasformazione CA.



$$Q_{AB} = 20,0 J \quad Q_{BC} = 0 J \quad L = +15,0 J \quad Q_{CA}?$$

Trattandosi di una trasformazione ciclica, non c'è variazione di energia interna, perciò, applicando il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L$$

Il calore totale del ciclo è la somma algebrica dei calori delle singole trasformazioni, perciò:

$$Q = L = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \Rightarrow Q_{CA} = L - Q_{AB} - Q_{BC} = -5,0 J$$

3. Una mole di un gas monoatomico si trova inizialmente a una temperatura di $263 K$.
- A. Determina la temperatura del gas se il sistema assorbe una quantità di calore pari a $3280 J$ e compie un lavoro di $722 J$.
- B. Supponi di raddoppiare la quantità di gas. La temperatura finale in questo caso come si comporta? Motiva la risposta.

$$T_1 = 263 K \quad Q = 3280 J \quad L = 722 J \quad T_2? \quad n_2 = 2n \quad T_2'?$$

- A. Trattandosi di un gas monoatomico: $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$. Per il primo principio della termodinamica: $\Delta U = Q - L$, perciò, esplicitando la temperatura in funzione dell'energia interna, posso determinare la temperatura finale:

$$\Delta T = \frac{2 \Delta U}{3 nR} \Rightarrow T_2 = \frac{2 Q - L}{3 nR} + T_1 = 468 K$$

- B. Come si può notare dal passaggio precedente, la variazione di temperatura è inversamente proporzionale al numero di moli coinvolte nella trasformazione, perciò raddoppiando la quantità di gas, la variazione di temperatura dimezza. Questo significa che la nuova temperatura sarà più vicina alla temperatura iniziale, perciò la temperatura finale sarà inferiore a quella determinata al punto precedente.

4. Considera un sistema nel quale 2,00 moli di un gas ideale monoatomico si espandono alla pressione costante di 101 kPa, da un volume iniziale di 2,15 litri a uno finale di 3,30 litri.

- A. Si deve fornire o sottrarre calore dal sistema durante questo processo? Giustifica la tua risposta.
 B. Calcola la variazione di temperatura nel processo.
 C. Determina la quantità di calore fornito oppure rimosso dal sistema durante il processo.

$$n = 2,00 \text{ mol} \quad p = 101 \text{ kPa} \quad V_1 = 2,15 \text{ L} \quad V_2 = 3,30 \text{ L} \quad Q > 0? \quad \Delta T? \quad Q?$$

- A. La trasformazione si svolge a pressione costante e, data l'equazione di stato dei gas, $pV = nRT$, avendo un aumento del volume non potremo che avere un aumento di temperatura:

$$pV_2 - pV_1 = p\Delta V = nRT_2 - nRT_1 = nR\Delta T \quad e \quad \Delta V > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

Quindi ho le seguenti informazioni:

$$\begin{cases} \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T \\ \Delta T > 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta U > 0 \quad \begin{cases} L = p\Delta V \\ \Delta V > 0 \end{cases} \Rightarrow L > 0$$

Per il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = \Delta U + L > 0$$

Il calore, in quanto somma di due quantità positive, è positivo, ciò significa che durante il processo **viene fornito calore al sistema**.

- B. Dall'equazione di stato del gas perfetto, posso ricavare l'entità della variazione di temperatura:

$$p\Delta V = nR\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{p\Delta V}{nR} = \mathbf{6,99 \text{ K}}$$

- C. Per determinare il calore, uso il primo principio della termodinamica:

$$Q = \Delta U + L = \frac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}p\Delta V = \mathbf{290 \text{ J}}$$

5. 3,0 moli di un gas ideale monoatomico si espandono isotericamente a una temperatura di 34°C. Se il volume del gas quadruplica durante questo processo, calcola:

A. il lavoro compiuto dal gas;

B. il calore fornito dal gas.

$$n = 3,0 \text{ mol} \quad T_1 = T_2 = 34^\circ\text{C} = 307 \text{ K} \quad V_2 = 4V_1 \quad L? \quad Q?$$

- A. Trattandosi di un'isoterma, uso la formula corrispondente per calcolarne il lavoro:

$$L = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln 4 = \mathbf{11 \text{ kJ}}$$

- B. Trattandosi di una trasformazione isoterma, non c'è variazione di temperatura, perciò la variazione di energia interna è nulla (essendo direttamente proporzionale alla variazione di temperatura) e, applicando il primo principio della termodinamica, ottengo:

$$\begin{cases} \Delta U = Q - L \\ \Delta U = 0 \end{cases} \Rightarrow Q = L = \mathbf{11 \text{ kJ}}$$

6. Un gas ideale monoatomico raddoppia il suo volume in un'espansione adiabatica. Calcola la variazione percentuale della pressione e della temperatura.

$$V_2 = 2V_1 \quad Q = 0 \text{ J} \quad \gamma = \frac{5}{3} \quad \frac{p_2 - p_1}{p_1} ? \quad \frac{T_2 - T_1}{T_1} ?$$

La legge della trasformazione adiabatica è: $pV^\gamma = \text{cost}$, perciò:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = p_1 \left(\frac{V_1}{2V_1} \right)^\gamma = \frac{p_1}{2^\gamma} \Rightarrow \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{\frac{p_1}{2^\gamma} - p_1}{p_1} = \frac{1}{2^\gamma} - 1 = -68,5\%$$

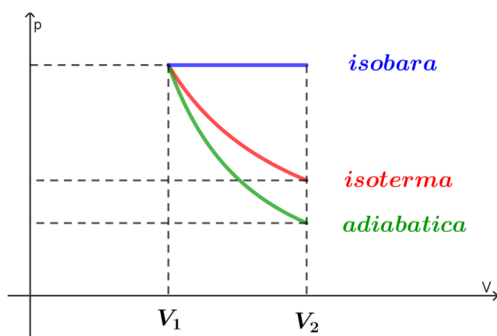
Per determinare la relazione tra temperatura e volume, uso anche l'equazione di stato del gas perfetto:

$$\begin{cases} p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \\ pV = nRT \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \\ p = \frac{nRT}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{nRT_1}{V_1} V_1^\gamma = \frac{nRT_2}{V_2} V_2^\gamma \Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{V_1}{2V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{2^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\frac{T_1}{2^{\gamma-1}} - T_1}{T_1} = \frac{1}{2^{\gamma-1}} - 1 = -37\%$$

7. Un gas ideale raddoppia il suo volume in uno dei tre seguenti modi: 1) a pressione costante; 2) a temperatura costante; 3) con una trasformazione adiabatica. Aiutandoti con un grafico, rispondi alle seguenti domande:

- A. In quale espansione il gas compie il maggior lavoro? In quale il minore?
 B. In quale espansione la temperatura finale è più alta? In quale più bassa?



- A. Rappresentata la situazione in un grafico pV , è facile distinguere i lavori delle singole trasformazioni: si tratta, in tutti e tre i casi, di lavoro positivo, visto che c'è un aumento di volume. Osservando nel grafico l'area sottesa da ogni curva, si deduce che la trasformazione **isobara** è quella che compie il maggior lavoro e quella **adiabatrica** è quella che compie il minor lavoro.
- B. Per l'equazione di stato $T = \frac{pV}{nR}$ si può notare come la temperatura sia proporzionale al prodotto tra pressione e volume. Le tre trasformazioni si concludono con un volume uguale, ma la pressione, come si può notare dal grafico, è ben diversa: l'adiabatrica ha la pressione minore e l'isobara, che è caratterizzata da pressione costante, ha la pressione maggiore. Perciò la temperatura maggiore è quella dell'**isobara**, mentre la temperatura minore è quella dell'**adiabatrica**.