

1. Su un piano inclinato di lunghezza 40 cm e altezza 25 cm, un carrello è tenuto in equilibrio con una forza di 10 N.
- Quanto pesa il carrello?
 - Quanto vale la reazione vincolare del piano?
 - Come è diretta la reazione vincolare? Indicala con \vec{R} nel disegno del piano inclinato.

- A. Il testo ci fornisce la forza di attrito, indicata in rosso nella figura, che ha lo stesso modulo della componente della forza peso parallela al piano (indicata in verde nella figura). Considerando la forza peso (in blu nella figura), possiamo notare che i triangoli ABC e A'B'C' sono simili, ovvero hanno gli angoli congruenti due a due. Da questo deduciamo la proporzione:

$$\overline{A'C'} : \overline{B'C'} = \overline{AC} : \overline{BC}$$

Ovvero:

$$P_{\parallel} : P = h : l$$

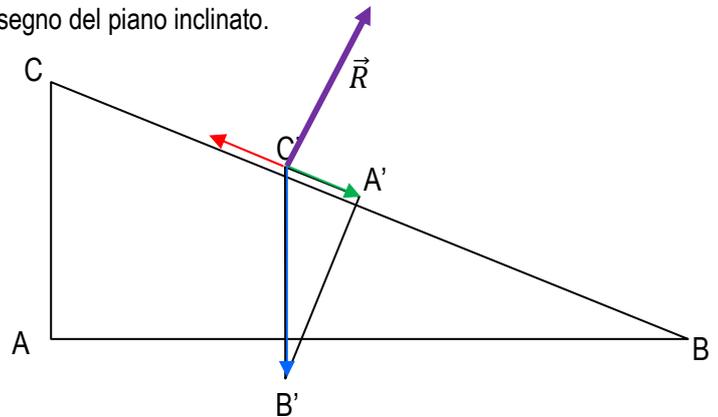
Nella proporzione, conosco il primo termine e conosco h e l, che sono, rispettivamente, altezza e lunghezza del piano inclinato, perciò posso ricavare il peso del carrello:

$$P = P_{\parallel} \cdot \frac{l}{h} = 10 \text{ N} \cdot \frac{40 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 16 \text{ N}$$

- B. La reazione vincolare ha lo stesso modulo della componente perpendicolare della forza peso, perciò la posso determinare mediante il teorema di Pitagora, a partire dalla componente della forza peso parallela al piano e dalla forza peso stessa, considerato che le componenti parallela e perpendicolare al piano della forza peso sono perpendicolari tra loro e che la loro somma vettoriale dà la forza peso:

$$P_{\parallel}^2 + P_{\perp}^2 = P^2 \Rightarrow P_{\perp} = \sqrt{P^2 - P_{\parallel}^2} = 12 \text{ N}$$

- C. La reazione vincolare – indicata in viola nel disegno – è perpendicolare al piano inclinato e rivolta verso l'alto.



2. Nella figura 1 sono indicate due forze applicate a tre aste. O è il punto in cui l'asta è vincolata. Indica il verso di rotazione di ogni asta, spiegandone in modo esauriente il motivo.

Calcolo i momenti generati dalle singole forze, in questo modo potrò determinare il verso di rotazione di ogni asta.

Prima asta:

$$M_A = 10 \text{ N} \cdot 0,018 \text{ m} = 0,18 \text{ Nm}$$

$$M_B = 6,0 \text{ N} \cdot 0,030 \text{ m} = 0,18 \text{ Nm}$$

Siccome i due momenti si equivalgono, hanno stessa direzione ma verso opposto, l'asta è in equilibrio.

Seconda asta:

$$M_A = 4,0 \text{ N} \cdot 0,024 \text{ m} = 0,096 \text{ Nm}$$

$$M_B = 3,0 \text{ N} \cdot 0,024 \text{ m} = 0,072 \text{ Nm}$$

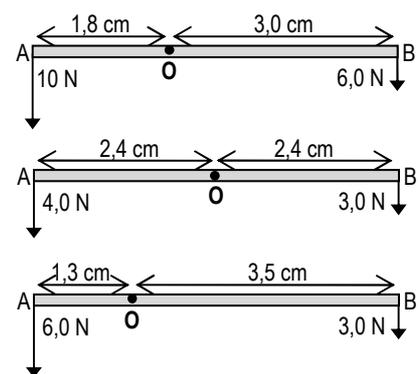
Siccome il momento della forza in A è maggiore in modulo del momento della forza B, ma i due momenti hanno stessa direzione e verso opposto, l'asta ruota secondo la rotazione impressa dalla forza in A, ovvero in verso antiorario.

Seconda asta:

$$M_A = 6,0 \text{ N} \cdot 0,013 \text{ m} = 0,078 \text{ Nm}$$

$$M_B = 3,0 \text{ N} \cdot 0,035 \text{ m} = 0,11 \text{ Nm}$$

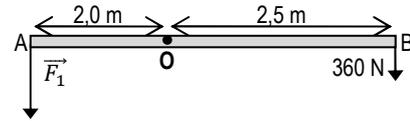
Siccome il momento della forza in B è maggiore in modulo del momento della forza A, ma i due momenti hanno stessa direzione e verso opposto, l'asta ruota secondo la rotazione impressa dalla forza in B, ovvero in verso orario.



3. Due bambini si trovano su un'asta in equilibrio. L'asta è lunga 4,5 m e il vincolo si trova 2,5 m da uno dei due bambini, che pesa 360 N. Schematizza la situazione con un disegno. Quanto pesa l'altro bambino?

Vale la proporzione:

$$F_1 : F_2 = b_2 : b_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 \frac{b_2}{b_1} = \mathbf{450 \text{ N}}$$



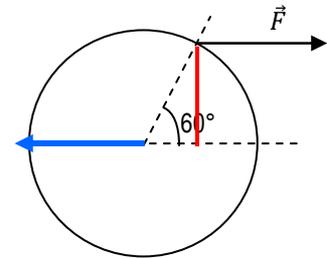
4. Alla ruota in figura 2 di raggio 30 cm è applicata una coppia di forze formata da \vec{F} di modulo 40 N e dalla reazione vincolare.
 A. Disegna la seconda forza non visibile nella figura.
 B. Calcola il momento della coppia.

Siccome la seconda forza della coppia è la reazione vincolare – vedi testo – è applicata nel centro della ruota ed è indicata in blu nel disegno.
 Per determinare il momento della coppia, ho bisogno della distanza tra le due forze, ovvero il braccio b , indicata in rosso nel disegno:

$$b = r \sin 60^\circ = 0,26 \text{ m}$$

Posso quindi calcolare il momento:

$$M = Fb = \mathbf{10 \text{ Nm}}$$



5. Le forze della figura 3 hanno i seguenti moduli: $P = 25 \text{ N}$, $F = 20 \text{ N}$.
 A. Calcola le componenti di \vec{F} sugli assi cartesiani.
 B. Disegna la forza risultante \vec{R} data dalla somma di \vec{P} e \vec{F} .
 C. Utilizza il metodo delle componenti per determinare il modulo della forza risultante \vec{R} .

- A. Calcolo le componenti di \vec{F} sugli assi cartesiani:

$$F_x = F \cos 30^\circ = \mathbf{17 \text{ N}}$$

$$F_y = F \sin 30^\circ = \mathbf{10 \text{ N}}$$

- B. La forza risultante è indicata in figura in blu ed è stata ricavata con la regola del parallelogramma.

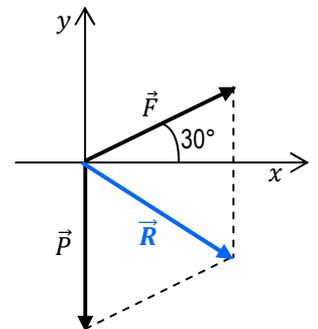
- C. Determino innanzi tutto le componenti di \vec{R} .

$$R_x = F_x = \mathbf{17 \text{ N}}$$

$$R_y = F_y - P = \mathbf{-15 \text{ N}}$$

E ora posso determinare il modulo di \vec{R} :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \mathbf{23 \text{ N}}$$



6. Il portellone di un sottomarino ha un'area di $0,80 \text{ m}^2$. La forza che si esercita sul portellone a una certa profondità è $400\,000 \text{ N}$. La densità dell'acqua di mare è 1030 kg/m^3 . Qual è la pressione sul portellone? A quale profondità si trova?

La pressione è data dal rapporto tra la forza e la superficie, perciò:

$$p = \frac{F}{S} = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Conoscendo la pressione, con la formula inversa della legge di Stevino, posso determinare la profondità:

$$p = dgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{p}{dg} = 49 \text{ m}$$

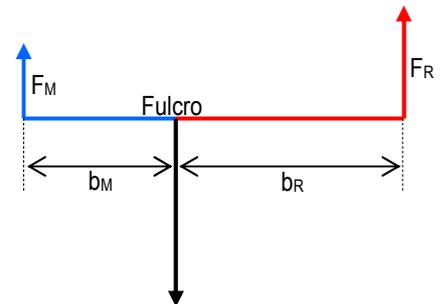
7. Si deve sollevare un'automobile di massa 1200 kg con un torchio idraulico che ha un pistone di area $3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ e una piattaforma di area $5,0 \text{ m}^2$. Qual è l'intensità della forza da applicare al pistone per sollevare l'automobile?

Siccome la pressione sulle due aree è la stessa, posso determinare la forza da applicare al pistone per sollevare l'automobile:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 \cdot \frac{S_1}{S_2} = mg \cdot \frac{S_1}{S_2} = 82 \text{ N}$$

8. Qual è la struttura di una leva di primo genere? Quando è vantaggiosa? Fai un esempio.

La struttura di una leva di primo genere è quella indicata a lato ed è vantaggiosa quando il braccio della forza motrice è maggiore del braccio della forza resistente. Un esempio di leva di primo genere è dato dalle forbici.



9. In funzione del baricentro, quando un corpo appoggiato su un piano è in equilibrio?

Un corpo appoggiato su un piano è in equilibrio se la retta verticale che passa per il suo baricentro interseca la base di appoggio.

10. Enuncia e dimostra la legge di Stevino.

La pressione sulla superficie S , a profondità h , è causata dal peso del liquido che vi sta sopra, il cui volume è $V = Sh$. La massa è data dalla formula inversa della densità:

$$d = \frac{m}{V} \text{ per definizione, perciò: } m = dV$$

E, per quanto abbiamo detto del volume:

$$m = dSh$$

La pressione è data dal rapporto tra forza e superficie e, in questo caso, è la forza-peso:

$$p = \frac{F_p}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{dShg}{S} = dhg$$

Questa è la formula della legge di Stevino che, nel caso più generale, diventa:

$$p = p_o + dgh$$

Dove p_o è la pressione esterna, come ad esempio la pressione atmosferica.