



COGNOME _____ NOME _____

Risolvi uno dei due problemi e rispondi a tre quesiti del questionario.

Problema 1

La funzione $f(x)$ rappresentata in figura 1 è continua e derivabile in \mathbf{R} . Il suo grafico è tangente all'asse x nell'origine e alla retta t nel punto A .

- A. Traccia il grafico della funzione $f'(x)$, indicando in particolare il dominio, gli zeri e il segno.
- B. Sapendo che $f(x)$ è una funzione polinomiale di quarto grado, ricava la sua espressione analitica e calcola quindi l'espressione di $f'(x)$; stabilisci infine se la funzione $f'(x)$ così ricavata è in accordo con il grafico disegnato al punto precedente.
- C. Determina la funzione $f''(x)$ e calcola le coordinate delle sue intersezioni con l'asse x . A cosa corrispondono questi punti nel grafico di $f'(x)$ e di $f(x)$?
- D. Calcola l'area del piano compresa tra il grafico, l'asse y e la retta tangente indicata.

Problema 2

Una strada ha il profilo indicato in figura 2. Essa è rappresentata da:

- un arco di parabola per $0 \leq x \leq 4$;
- una retta per $4 < x \leq 6$;
- una funzione omografica per $6 < x \leq 14$ di equazione $y = \frac{2x-6}{x-4}$.

- A. Determina l'equazione della strada.
- B. Il signor Rossi, proprietario del terreno indicato in figura, chiede che la terza parte della strada segua un nuovo profilo, sempre basandosi su una funzione omografica, passante però per il punto A , per evitare che abbia una curva troppo brusca in B . Dopo aver determinato l'equazione della nuova strada indicata, verifica se il signor Rossi ha ragione e se, nel punto C si presenta lo stesso problema.
- C. Il signor Rossi, con il nuovo progetto, perde meno terreno. Se le unità del piano cartesiano sono espresse in metri, determina quanto terreno evita di cedere il proprietario con la seconda proposta.

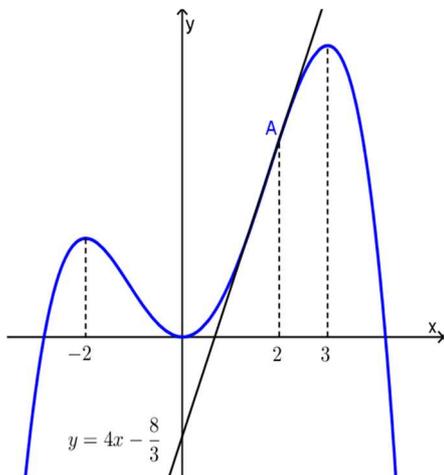


Figura 1

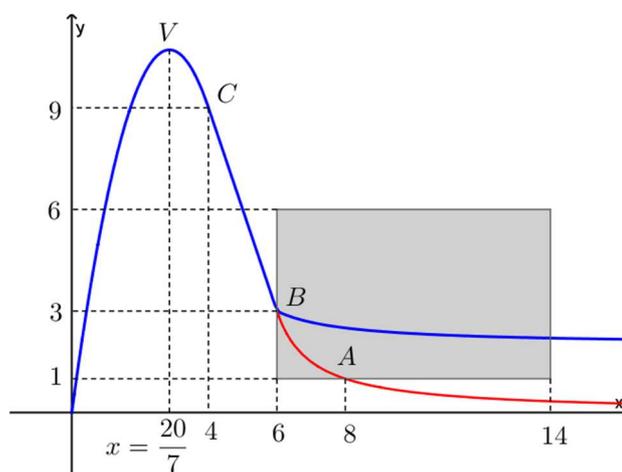


Figura 2



Questionario

1. La superficie piana S , delimitata dalla curva γ di equazione $y = 1 + \operatorname{tg} x$ e dall'asse x nell'intervallo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, è la base di un solido Σ , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte triangoli equilateri. Si calcoli il volume di Σ .
2. Si consideri questa equazione differenziale: $y'' + 2y' + 2y = x$. Quale delle seguenti funzioni ne è la soluzione? Si giustifichi la risposta.
 - a. $y = e^{-x} (\operatorname{sen} x + \cos x) + x$
 - b. $y = 2e^{-x} + x$
 - c. $y = e^{-x} (\operatorname{sen} x + \cos x) + \frac{1}{2}(x - 1)$
 - d. $y = e^{-2x} + x$
3. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione $f(x) = (x + 2)^{\ln(e+2x)}$ nel punto $P(0; 2)$.
4. Si determini la probabilità che nel lancio di due dadi si presenti come somma un numero dispari. Lanciando 5 volte i due dadi, qual è la probabilità di ottenere come somma un numero dispari almeno due volte?
5. Qual è la probabilità di ottenere 10 lanciando due dadi? Se i lanci vengono ripetuti quale è la probabilità di avere due 10 in sei lanci? E quale è la probabilità di avere almeno due 10 in sei lanci?
6. Si sa che il prodotto di due funzioni $z(x)$ e $y(x)$ vale: $z(x) \cdot y(x) = z(x) - y'(x)$. Determina $y(x)$ sapendo che $z(x) = 2x$ e $y(0) = 0$.