

1. Lungo un pendio inclinato di 30° rispetto all'orizzontale, uno sciatore di $70,0 \text{ kg}$ scende con velocità costante di $10,0 \text{ m/s}$. Trascurando l'attrito dell'aria, calcola il lavoro della forza d'attrito con il suolo in $1,0 \text{ s}$.

La forza applicata dalla forza d'attrito è uguale e contraria alla componente parallela della forza peso, visto che lo sciatore scende con velocità costante. Lo spazio percorso, invece, è dato dal prodotto tra velocità e tempo, visto che si tratta di un moto rettilineo uniforme, perciò:

$$L = -mg \sin 30^\circ \cdot vt = -3,4 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Il lavoro è negativo, perché la forza d'attrito ha verso opposto rispetto allo spostamento.

2. Una pallina sale lungo una salita con velocità iniziale di 20 m/s . Al termine della salita la sua velocità si è ridotta a 5 m/s . Qual è il dislivello coperto dalla pallina? Qual è la velocità a metà della salita?

Per il principio di conservazione dell'energia:

$$\begin{aligned} K_o + U_o &= K_f + U_f \quad \Rightarrow \quad U_f - U_o = K_o - K_f \\ mgh_f - mgh_o &= \frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}mv_f^2 \\ h_f - h_o &= \frac{1}{2g}(v_o^2 - v_f^2) = 19 \text{ m} \end{aligned}$$

Per il principio di conservazione dell'energia:

$$\begin{aligned} \frac{mgh_f - mgh_o}{2} &= \frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \\ gh_f - gh_o &= v_o^2 - v_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{v_o^2 - g(h_f - h_o)} = 15 \text{ m/s} \end{aligned}$$

3. La molla di una bilancia pesa-persone, quando è compressa, si accorcia e mette in movimento l'indice sulla scala della bilancia. Camilla sale su una bilancia di questo tipo e legge il valore di 52 kg . La molla ha una costante elastica di $1,2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$. Quanta energia potenziale elastica ha accumulato la molla?

Dalla massa, posso ricavare la forza peso applicata alla molla e dalla costante elastica, ricavo la sua compressione:

$$F = mg = kx \quad \Rightarrow \quad x = \frac{mg}{k}$$

A questo punto, posso calcolare l'energia potenziale elastica accumulata dalla molla:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k \left(\frac{mg}{k} \right)^2 = \frac{m^2g^2}{2k} = 1,1 \cdot 10^2 \text{ J}$$

4. La portata di un rubinetto è $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$. Per riempire una bottiglia di acqua impieghi 40 s . Qual è il volume della bottiglia?

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = Q_V \Delta t = 0,0020 \text{ m}^3$$

5. In un tubo orizzontale cilindrico di raggio di base 4,00 cm scorre acqua alla velocità di 2,40 m/s. All'uscita del tubo viene posta una strozzatura che riduce il raggio della metà. Calcola la velocità con cui l'acqua esce dalla strozzatura.

Per la legge di continuità:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = v_1 \left(\frac{r_1}{\frac{1}{2} r_1} \right)^2 = 4v_1 = \mathbf{9,60 \text{ m/s}}$$

6. Un serbatoio pieno d'acqua è alto 2,0 m ed è munito di un rubinetto posto a 20 cm dalla sua base. Calcola la velocità con cui l'acqua esce dal rubinetto.

Per il teorema di Torricelli:

$$v = \sqrt{2g(H-h)} = \mathbf{5,9 \text{ m/s}}$$

7. Uno sciatore di 55 kg parte da quota 2500 m e arriva a quota 2150 m a velocità costante.

- Calcola il lavoro delle forze di attrito.
- A quale velocità arriverebbe a quota 2150 m se non ci fosse l'attrito?
- Qual è la potenza minima dello skilift per riportarlo a quota 2500 m in 10 minuti?

- a. Scriviamo il principio di conservazione dell'energia considerando l'energia dispersa per effetto della forza d'attrito:

$$U_o + K_o = U_f + K_f + E_{att}$$

Considerando la velocità costante, l'energia cinetica iniziale è uguale a quella finale, perciò:

$$E_{att} = U_o - U_f = \mathbf{1,9 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

- b. Se non ci fosse attrito, supponendo che parta da velocità nulla, otteniamo:

$$U_o + K_o = U_f + K_f \quad \Rightarrow \quad K_f = U_o - U_f \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v^2 = U_o - U_f \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2}{m} (U_o - U_f)} = \mathbf{83 \text{ m/s}}$$

- c. Per la definizione di potenza:

$$P = \frac{U_f - U_o}{t} = \mathbf{0,31 \text{ kW}}$$

8. Nell'impianto idraulico di un palazzo una tubatura porta l'acqua da un serbatoio posto all'ultimo piano, a 13 m di altezza dal suolo, al giardino. All'altezza del secondo piano, esattamente a 6,5 m di quota, la velocità dell'acqua nella tubatura passa da 8,0 m/s a 11,0 m/s per una variazione della sua sezione. La sezione della tubatura aumenta o diminuisce? Calcola la variazione della pressione in tale tratto.

Per l'equazione di continuità, aumentando la velocità, la sezione **diminuisce**.

Per l'equazione di Bernoulli, posso ricavare la variazione di pressione:

$$P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 \quad \Rightarrow \quad P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_1 - \rho g h_2 = \mathbf{3,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$