1. Un razzo interplanetario parte dal pianeta X e raggiunge il pianeta Y che dista $2{,}5 \cdot 10^6\ km$. Dopo 10 giorni, dal pianeta X parte un secondo razzo. I due razzi arrivano sul pianeta Y nello stesso istante. Calcola la velocità media del secondo razzo, sapendo che la velocità media del primo razzo è di $2{,}3 \cdot 10^3\ km/h$.

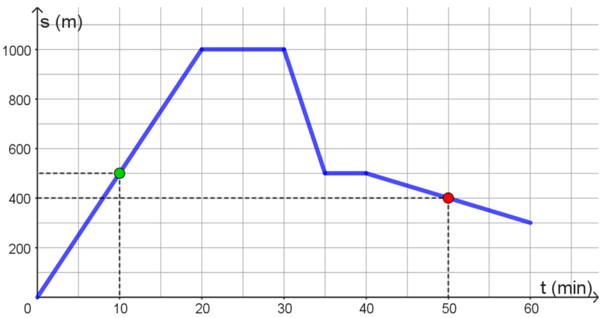
$$\Delta s = 2{,}5 \cdot 10^6\ km \qquad \Delta t_2 = \Delta t_1 - 10\ d \qquad v_1 = 2{,}3 \cdot 10^3\ km/h \qquad v_2?$$

La velocità è data dal rapporto tra spostamento e intervallo di tempo: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta s}{v_1} \quad e \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta s}{v_2}$

Sostituisco i due intervalli di tempo nella relazione: $\Delta t_2 = \Delta t_1 - 10\ d$

$$\frac{\Delta s}{v_2} = \frac{\Delta s}{v_1} - 240\ h \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{\Delta s}{\frac{\Delta s}{v_1} - 240\ h} = \boldsymbol{3{,}0 \cdot 10^3\ km/h}$$

2. Il grafico s-t descrive il moto di una barca lungo una traiettoria rettilinea. Osserva il grafico e ricava le seguenti informazioni:
   A. lo spostamento e la distanza totale percorsa nei 60 minuti;
   B. la posizione della barca a $t = 10\ min$;
   C. in quale istante di tempo la barca ritorna nella posizione $s = 400\ m$;
   D. la velocità media della barca nei 60 minuti.



A. Lo spostamento è dato dalla distanza tra la posizione finale e quella iniziale: $\boldsymbol{\Delta s = 300\ m}$. La distanza percorsa, invece, è la somma dei singoli spostamenti, avanti e indietro lungo la retta:

$$d = 1000\ m + 500\ m + 200\ m = \boldsymbol{1700\ m}$$

B. Dal grafico (punto verde), ricavo la posizione della barca: $\boldsymbol{s = 500\ m}$.

C. Dal grafico (punto rosso), ricavo l'istante di tempo: $\boldsymbol{t = 50\ min}$.

D. La velocità media della barca per definizione è:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0{,}300\ km}{1\ h} = \boldsymbol{0{,}30\ km/h}$$

3. Il conducente di un'automobile, dopo aver percorso $2{,}00\ km$ dalla prima postazione di un posto di controllo di velocità, si accorge che la sua velocità media è $140\ km/h$. Quale velocità dovrà mantenere fino al successivo posto di controllo, situato $3{,}00\ km$ più avanti, in modo che la velocità media rilevata rientri nel limite di $130\ km/h$?

$$\Delta s_1 = 2{,}00\ km \qquad \overline{v_1} = 140\ km/h \qquad \Delta s_2 = 3{,}00\ km \qquad \bar{v} = 130\ km/h \qquad \overline{v_2}?$$

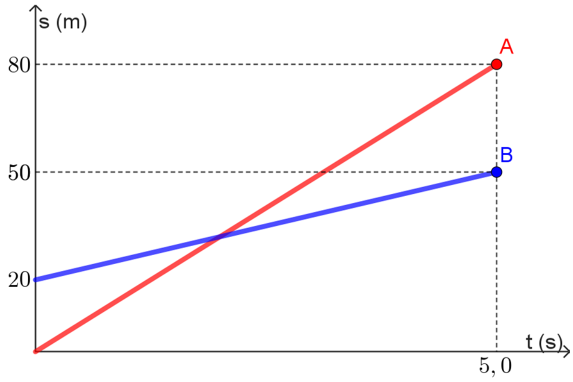
Dalla definizione di velocità: $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{\bar{v}}$

Dalla velocità media sull'intero percorso, posso determinare la velocità media del secondo tratto:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\frac{\Delta s_1}{\overline{v_1}} + \frac{\Delta s_2}{\overline{v_2}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta s_1}{\overline{v_1}} + \frac{\Delta s_2}{\overline{v_2}} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\bar{v}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta s_2}{\overline{v_2}} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\bar{v}} - \frac{\Delta s_1}{\overline{v_1}}$$

$$\frac{\overline{v_2}}{\Delta s_2} = \left(\frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\bar{v}} - \frac{\Delta s_1}{\overline{v_1}}\right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad \overline{v_2} = \Delta s_2 \left(\frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\bar{v}} - \frac{\Delta s_1}{\overline{v_1}}\right)^{-1} = \boldsymbol{124\ km/h}$$

4. Un'auto A e un'auto B percorrono la stessa strada rettilinea e il loro moto è rappresentato nel grafico s-t in figura 1.
   A. Scrivi la legge oraria di ciascuna auto.
   B. Determina la distanza tra le due auto all'istante $t = 1{,}0\ s$.
   C. Determina dopo quanto tempo l'auto B passa per la posizione $s = 70\ m$ rispetto all'auto A.
   D. Determina in quale istante e in quale posizione l'auto A sorpassa l'auto B.



A. Per scrivere le leggi orarie delle due auto, è necessario determinare la velocità delle due auto, a partire dai dati forniti dal grafico:

$$v_A = \frac{80\ m - 0\ m}{5{,}0\ s - 0\ s} = 16\ m/s \qquad v_B = \frac{50\ m - 20\ m}{5{,}0\ s - 0\ s} = 6{,}0\ m/s$$

Posso ora determinare le leggi orarie, scritte in unità di misura del SI:

$$\boldsymbol{A: s = 16\ t} \qquad \boldsymbol{B: s = 20 + 6{,}0\ t}$$

B. Determino le due posizioni all'istante dato e faccio la differenza tra le due posizioni, per determinare la distanza tra le auto:

$$s_A(1{,}0\ s) = 16\ m \qquad s_B(1{,}0\ s) = 26\ m$$

$$d = s_B - s_A = \boldsymbol{10\ m}$$

C. Determino in quale istante le due auto passano dalla posizione $70\ m$ e poi faccio la differenza:

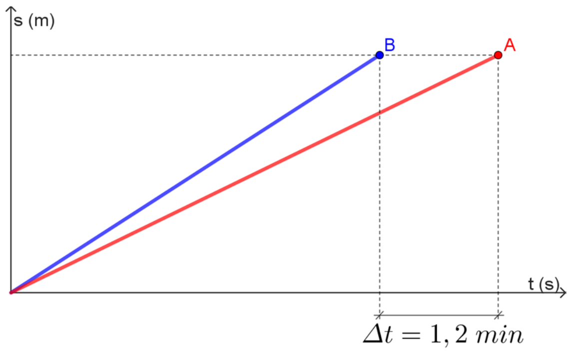
$$A: 70 = 16\ t \quad \Rightarrow \quad t_A = \frac{70}{16}\ s \qquad B: 70 = 20 + 6{,}0\ t \quad \Rightarrow \quad t_B = \frac{50}{6}\ s$$

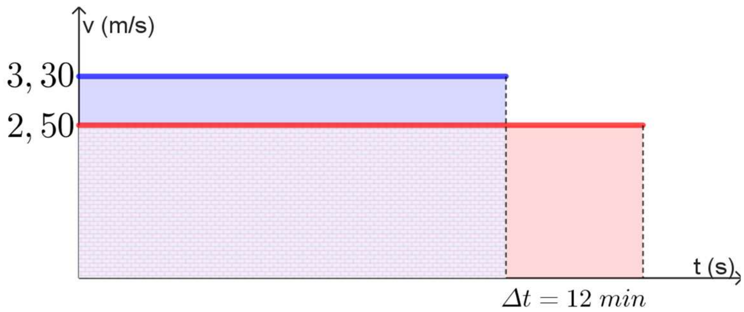
$$t_B - t_A = \boldsymbol{4{,}0\ s}$$

D. Per determinare dove e quando l'auto A sorpassa l'auto B, risolvo il sistema costruito con le due equazioni:

$$\begin{cases} s = 16\ t \\ s = 20 + 6t \end{cases} \qquad \begin{cases} 16\ t = 20 + 6t \\ s = 16\ t \end{cases} \qquad \begin{cases} t = 2 \\ s = 32 \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \boldsymbol{2{,}0\ s} \\ s = \boldsymbol{32\ m} \end{cases}$$

5. Osserva il grafico della figura 1. I due atleti partono nello stesso momento e dallo stesso punto, ma con due velocità diverse: l'atleta A corre con una velocità costante di $2{,}50\ m/s$ mentre l'atleta B corre con una velocità costante di $3{,}30\ m/s$. L'atleta B arriva al traguardo $1{,}2\ min$ prima dell'atleta A. Dopo aver rappresentato il grafico velocità-tempo per aiutarti nello svolgimento, determina la distanza percorsa dai due atleti.





Nel grafico velocità-tempo, la distanza percorsa è rappresentata dall'area sottesa. Dato che i due atleti percorrono la stessa distanza, i due grafici devono sottendere la stessa area, perciò le due aree, indicate rispettivamente in blu e in rosso, devono essere uguali.
L'area blu s_1 è data da: $(v_B - v_A) \cdot \Delta t_1$ e l'intervallo di tempo non è noto. L'area rossa s_2 è data da: $s_2 = v_A \cdot \Delta t$ ed è nota.

Uguaglio le due aree e esplicito l'intervallo di tempo ignoto:

$$(v_B - v_A) \cdot \Delta t_1 = v_A \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{v_A}{v_B - v_A} \cdot \Delta t$$

Moltiplicando l'intervallo di tempo per la velocità dell'atleta più rapido, B, posso determinare la distanza percorsa:

$$d = v_B \cdot \Delta t_1 = \frac{v_A v_B}{v_B - v_A} \cdot \Delta t = \boldsymbol{740\ m}$$

6. Un'auto percorre una distanza pari a d in un intervallo di tempo Δt, poi impiega un intervallo di tempo di $2\Delta t$ per percorrere una distanza pari a $5d$. Indicata con v_1 la velocità scalare media nel primo intervallo di tempo, esprimi la velocità scalare media sull'intero percorso in funzione di v_1.

$$\Delta s_1 = d \qquad \Delta t_1 = \Delta t \qquad \Delta s_2 = 5d \qquad \Delta t_2 = 2\Delta t \qquad v?$$

Sapendo che nel primo tratto:

$$v_1 = \frac{d}{\Delta t}$$

Posso determinare la velocità scalare sull'intero percorso:

$$v = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{d + 5d}{\Delta t + 2\Delta t} = \frac{6d}{3\Delta t} = 2\frac{d}{\Delta t} = \boldsymbol{2v_1}$$