1. Una macchina termica, che assorbe calore da una sorgente a 600 K e scarica calore a 350 K, ha un rendimento del 30%. È una macchina di Carnot? Motiva la tua risposta.

$$T_c = 600\,K \qquad T_f = 350\,K \qquad \eta = 30\% \qquad \eta >< \eta_{Carnot}?$$

Il rendimento di una macchina di Carnot che opera fra le temperature date è: $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 42\%$

Tale rendimento è maggiore di quello dato. Per il teorema di Carnot "nessuna macchina termica irreversibile reale che opera tra due serbatoi a temperatura costante può avere un rendimento maggiore di una macchina reversibile (ideale) che opera tra le stesse temperature", perciò la macchina termica ipotizzata **non** è una macchina di Carnot.

2. All'interno di un frigorifero, a 5°C, sono stati messi 10 L di acqua a 20°C. Il COP del frigorifero vale 4,2. Trascura le dispersioni termiche e i contenitori dell'acqua. Calcola l'energia utilizzata dal frigorifero per raffreddare l'acqua.

$$T_f = 278\,K \qquad m = 10\,kg \qquad T = 20°C \qquad COP = 4{,}2 \qquad c = 4186\,\frac{J}{kg\,K} \qquad L?$$

Il coefficiente di prestazione di un frigorifero è dato da: $COP = \frac{Q_f}{L}$

Il calore che viene sottratto all'acqua per raffreddarla è dato dalla legge della termologia: $Q_f = cm(T - T_f)$

Perciò: $L = \frac{Q_f}{COP} = \frac{mc\,(T - T_f)}{COP} = \mathbf{0{,}15\ MJ}$

3. Una macchina ideale di Carnot opera tra le temperature di $490\,K$ e di $300\,K$. Calcola:
   A. quanto lavoro produce assorbendo $1200\,J$ di energia termica dal serbatorio caldo;
   B. quanta energia termica scarica nel serbatoio freddo.

$$T_c = 490\,K \qquad T_f = 300\,K \qquad Q_c = 1200\,J \qquad L? \qquad |Q_f|?$$

A. Trattandosi di una macchina di Carnot, posso determinare il rendimento sia come rapporto tra lavoro prodotto ed energia termica assorbita dal serbatoio caldo, sia come differenza tra 1 e il rapporto tra le temperature. In questo modo, è immediato determinare il lavoro prodotto:

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} \\ \eta = \frac{L}{Q_c} \end{cases} \qquad \frac{L}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad \Rightarrow \quad L = Q_c\left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) = \mathbf{465\ J}$$

B. La macchina termica compie trasformazioni cicliche, perciò la variazione di energia interna è nulla. Il primo principio della termodinamica diventa, quindi, utile per determinare l'energia termica scaricata nel serbatoio freddo:

$$L = Q_c + Q_f = Q_c - |Q_f| \quad \Rightarrow \quad |Q_f| = Q_c - L = \mathbf{735\ J}$$

4. Un motore sviluppa $1800\,W$ effettuando 20 cicli/s e con un rendimento del 25%.
   A. Qual è l'energia scaricata nell'ambiente a ogni ciclo?
   B. E quella scaricata nell'ambiente in un'ora di funzionamento?

$$P = 1800\,W \qquad \Delta t = 0{,}05\,s \qquad \eta = 25\% \qquad |Q_f|? \qquad \Delta t_2 = 1\,h \qquad |Q'_f|?$$

A. Combinando la definizione di rendimento con il primo principio della termodinamica e con la definizione di potenza (data dal rapporto tra lavoro prodotto e tempo di durata del ciclo), è facile ricavare l'energia scaricata nell'ambiente:

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = \frac{L}{L + |Q_f|} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\eta} = \frac{L + |Q_f|}{L} = 1 + \frac{|Q_f|}{L} \quad \Rightarrow \quad |Q_f| = L\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = P\Delta t\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = \mathbf{270\ J}$$

B. Per determinare quella di un'ora di funzionamento, devo moltiplicare il risultato precedentemente ottenuto per 20, in modo da avere l'energia scaricata in un secondo (visto che avvengono 20 cicli al secondo), e poi moltiplico per 3600 s:

$$|Q'_f| = 20 \cdot P\Delta t_2 \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = \mathbf{19\ MJ}$$

5. Il motore A assorbe una quantità di calore tripla, compie un lavoro cinque volte maggiore e cede una quantità di calore doppia rispetto al motore B. Calcola i rendimenti dei due motori.

$$Q_{c_A} = 3Q_{c_B} \qquad L_A = 5\,L_B \qquad Q_{f_A} = 2Q_{f_B} \qquad \eta_A? \qquad \eta_B?$$

$$\begin{cases} L_A = Q_{c_A} - |Q_{f_A}| \\ L_B = Q_{c_B} - |Q_{f_B}| \\ Q_{c_A} = 3Q_{c_B} \\ L_A = 5\,L_B \\ Q_{f_A} = 2Q_{f_B} \end{cases} \qquad \begin{cases} 3Q_{c_B} - 2|Q_{f_B}| = 5L_B \\ Q_{c_B} - |Q_{f_B}| = L_B \end{cases} \qquad \begin{array}{c} \begin{cases} 3Q_{c_B} - 2|Q_{f_B}| = 5L_B \\ 5Q_{c_B} - 5|Q_{f_B}| = 5L_B \end{cases} \\ \hline -2Q_{c_B} + 3|Q_{f_B}| = 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad Q_{c_B} = \frac{3}{2}|Q_{f_B}|$$

A questo punto, posso determinare i rendimenti:

$$\eta_A = \frac{L_A}{Q_{c_A}} = \frac{Q_{c_A} - |Q_{f_A}|}{Q_{c_A}} = 1 - \frac{|Q_{f_A}|}{Q_{c_A}} = 1 - \frac{2|Q_{f_B}|}{3Q_{c_B}} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{|Q_{f_B}|}{\frac{3}{2}|Q_{f_B}|} = 1 - \frac{4}{9} = \mathbf{\frac{5}{9}}$$

$$\eta_B = \frac{L_B}{Q_{c_B}} = \frac{Q_{c_B} - |Q_{f_B}|}{Q_{c_B}} = 1 - \frac{|Q_{f_B}|}{Q_{c_B}} = 1 - \frac{|Q_{f_B}|}{\frac{3}{2}|Q_{f_B}|} = 1 - \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

6. 2 moli di gas biatomico a 20°C sono tenute a una pressione di $4{,}0 \cdot 10^5\ Pa$ in un recipiente dotato di pistone. Qual è il volume iniziale (in litri) del recipiente che contiene il gas? Si fa espandere reversibilmente questo gas fino ad aumentare il volume del 10%, ma tenendo costante la pressione.
   A. A quale temperatura arriva il gas?
   B. Durante questa espansione quanto lavoro compie il gas?
   C. E quanto calore assorbe?

$$n = 2\,mol \qquad T_1 = 293\ K \qquad p_1 = 4{,}0 \cdot 10^5\ Pa \qquad V_1? \qquad V_2 = \frac{11}{10}V_1 \qquad p_2 = p_1 \qquad T_2? \qquad L? \qquad Q?$$

Per determinare il volume iniziale, applico l'equazione di stato dei gas perfetti: $p_1V_1 = nRT_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \mathbf{12\ L}$

A. Per determinare la temperatura finale, visti i dati, posso applicare ancora l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_2 = \frac{p_2V_2}{nR} = \frac{p_1 \cdot \frac{11}{10}V_1}{nR} = \frac{11}{10} \cdot \frac{p_1V_1}{nR} = \frac{11}{10}T_1 = \mathbf{49°C}$$

B. Trattandosi di una trasformazione isobara:

$$L = p_1(V_2 - V_1) = p_1\left(\frac{11}{10}V_1 - V_1\right) = \frac{1}{10}p_1V_1 = \mathbf{0{,}49\ kJ}$$

C. Determino il calore assorbito, a partire dal primo principio della termodinamica, dalla variazione di energia interna data da $\Delta U = \frac{5}{2}nR\Delta T$, trattandosi di un gas biatomico, e dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$\Delta U = Q - L \quad \Rightarrow \quad Q = L + \Delta U = \frac{1}{10}p_1V_1 + \frac{5}{2}nR\,(T_2 - T_1) = \frac{1}{10}p_1V_1 + \frac{5}{2}nR\left(\frac{11}{10}T_1 - T_1\right) =$$

$$= \frac{1}{10}\left(p_1V_1 + \frac{5}{2}nRT_1\right) = \frac{1}{10}\left(p_1V_1 + \frac{5}{2}p_1V_1\right) = \frac{7}{20}p_1V_1 = \mathbf{1{,}7\ kJ}$$