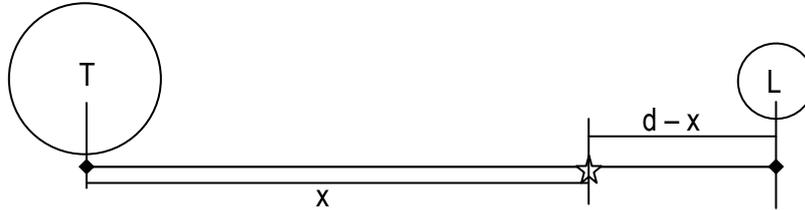


1. Una navicella spaziale di massa m viaggia dalla Terra alla Luna lungo una traiettoria rettilinea che unisce il centro della Terra e il centro della Luna. A quale distanza dal centro della Terra la forza totale esercitata sulla navicella è il quadruplo di quella esercitata dalla Luna?



La forza che agisce sull'oggetto di massa m (indicato nella figura con una stellina) da parte della Terra deve essere il quadruplo della forza che agisce sullo stesso oggetto da parte della Luna, ovvero:

$$G \frac{mM_T}{x^2} = 4 G \frac{mM_L}{(d-x)^2}$$

dove ho indicato con d la distanza media tra la Terra e la Luna. Dall'equazione precedente, posso determinare il valore di x :

$$\frac{M_T}{x^2} = \frac{4 M_L}{(d-x)^2} \Rightarrow \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = 4 \frac{M_L}{M_T} \Rightarrow \frac{d-x}{x} = 2 \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}$$

Ho scelto il valore positivo in quanto $d > x$ e, quindi, al primo membro ho una quantità sicuramente positiva:

$$\frac{d}{x} - 1 = 2 \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} \Rightarrow \frac{d}{x} = 1 + 2 \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} \Rightarrow x = \frac{d}{1 + 2 \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}} = 3,14 \cdot 10^8 m$$

2. Un pianeta ha una massa 36 volte superiore alla massa della Terra. Se la sua accelerazione di gravità è uguale a quella della Terra, qual è il rapporto tra il raggio del pianeta e quello della Terra?

L'accelerazione di gravità si calcola eguagliando la forza peso di un oggetto di massa m alla forza di attrazione gravitazionale di Newton dello stesso oggetto da parte della Terra:

$$mg = G \frac{mM_T}{r_T^2} \Rightarrow g = G \frac{M_T}{r_T^2}$$

L'accelerazione di gravità del pianeta è quindi:

$$g_P = G \frac{M_P}{r_P^2}$$

A questo punto dai dati ricaviamo che: $M_P = 36 M_T$ e $g_P = g_T$. Calcoliamo perciò il rapporto tra i due raggi, sostituendo i valori indicati:

$$\frac{g}{g_P} = \frac{G \frac{M_T}{r_T^2}}{G \frac{M_P}{r_P^2}} = \frac{M_T}{r_T^2} \cdot \frac{r_P^2}{M_P} = \frac{M_T}{r_T^2} \cdot \frac{r_P^2}{36M_T} = \frac{r_P^2}{36 r_T^2} = \frac{k^2}{36} \Rightarrow \frac{k^2}{36} = 1 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{r_P^2}{r_T^2}} = \frac{r_P}{r_T} = 6$$

3. La Stazione Spaziale Internazionale (ISS), che dal 2000 è abitata continuamente da un equipaggio di almeno due astronauti, si muove ad un'altitudine media di 380 km rispetto alla superficie terrestre. Calcola il suo periodo orbitale.

Eguagliamo la forza centripeta alla forza di attrazione gravitazionale di Newton:

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{m M_T}{r^2}$$

Avendo indicato con m la massa della Stazione Spaziale, con $r = R_T + h$, dove R_T indica il raggio della Terra e h è l'altitudine rispetto alla superficie terrestre. Perciò ricaviamo:

$$r = G \frac{M_T}{v^2} = G \frac{M_T}{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2} \Rightarrow r^3 = G \frac{M_T T^2}{4\pi^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}} = \mathbf{92 \text{ min}}$$

4. Sapendo che la velocità di fuga da Marte è di circa 5,03 km/s, determina la massa del pianeta.

Utilizziamo il principio di conservazione dell'energia, considerando come situazione finale quella in cui l'energia potenziale e quella cinetica siano nulle, ovvero all'infinito:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow K_i + U_i = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = G \frac{m M_M}{r_M}$$

Dove ho indicato con m la massa dell'oggetto in fuga, con M_M la massa di Marte e con r_M il raggio di Marte, perciò:

$$M_M = \frac{r_M v_f^2}{2 G} = \mathbf{6,44 \cdot 10^{23} \text{ kg}}$$

5. Una donna di 56 kg si trova a bordo di un'automobile che percorre una curva, di raggio 10 m, alla velocità di 54 km/h. Determina il modulo della forza centrifuga avvertita dalla donna.

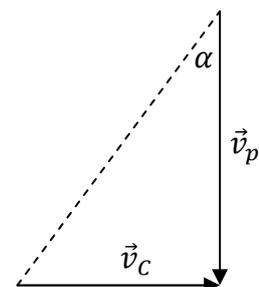
$$F = m \frac{v^2}{r} = \mathbf{1,3 \text{ kN}}$$

6. Colto di sorpresa da un intenso temporale mentre era a passeggio, Carlo corre con il suo ombrello verso la fermata del tram alla velocità di 3,0 m/s. Se le gocce di pioggia cadono verticalmente e Carlo deve inclinare l'ombrello di circa 16° rispetto alla verticale per non bagnarsi, qual è la velocità di caduta dell'acqua?

Nel disegno a lato ho indicato con \vec{v}_p la velocità delle gocce di pioggia, mentre con \vec{v}_c ho indicato la velocità di Carlo. Nella figura è indicato anche l'angolo α da determinare.

La relazione che lega fra loro i dati indicati è:

$$v_c = v_p \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow v_p = \frac{v_c}{\operatorname{tg} \alpha} = \mathbf{10 \text{ m/s}}$$



7. Mentre ti stai affrettando per salire sul tuo volo nell'aeroporto della tua città, incontri una pedana mobile lunga 85 m, che si muove alla velocità di 2,2 m/s rispetto al suolo. Se, camminando sul suolo, impieghi 68 s per percorrere 85 m, quanto tempo impiegherai a percorrere la stessa distanza sulla pedana? Assumi di camminare alla stessa velocità sulla pedana e sul suolo.

$$V = 2,2 \frac{m}{s} \quad x = x' = 85 \text{ m} \quad t' = 68 \text{ s} \quad t?$$

Cominciamo dalle trasformazioni di Galilei della velocità:

$$v = v' + V \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} + V$$

Possiamo quindi ricavare la velocità v' :

$$t = \frac{x}{\frac{x'}{t'} + V} = \mathbf{94 \text{ s}}$$

8. Immagina di guidare un acqua-scooter, con un angolo di 35° controcorrente, su un fiume che scorre a una velocità di 2,8 m/s. Se la tua velocità rispetto alla riva è di 9,5 m/s con un angolo di 20° controcorrente, qual è la velocità dell'acqua-scooter rispetto all'acqua? (gli angoli sono misurati rispetto all'asse perpendicolare alle rive).

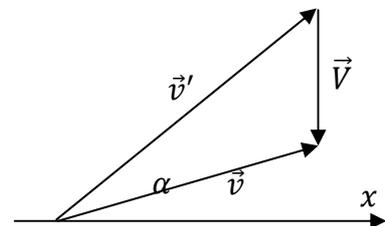
$$\alpha = 20^\circ \quad \beta = 35^\circ \quad v = 9,5 \text{ m/s} \quad V = 2,8 \text{ m/s} \quad v'?$$

Cominciamo dalle trasformazioni di Galilei della velocità:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

Se consideriamo solo la componente lungo l'asse x :

$$v \cos 20^\circ = v' \cos 35^\circ \quad \Rightarrow \quad v' = v \frac{\cos 20^\circ}{\cos 35^\circ} = \mathbf{11 \text{ m/s}}$$



9. In un esperimento di fisica, sali su una bilancia pesapersona situata in un ascensore. Sebbene il tuo peso normale sia di 610 N, la bilancia al momento segna 730 N.

- L'accelerazione dell'ascensore è verso l'alto, verso il basso, oppure è nulla? Giustifica la risposta.
- Calcola il modulo dell'accelerazione dell'ascensore.

A. Siccome il peso aumenta, l'accelerazione è verso l'alto, visto che: $P_{app} = m(a + g)$

$$B. P_{app} = m(a + g) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{P_{app} - mg}{m} = \frac{P_{app} - P}{\frac{P}{g}} = \mathbf{1,93 \text{ m/s}^2}$$