

1. Scegli la risposta corretta tra quelle date:

Un'astronave viaggia a una velocità costante di $1,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. L'astronave emette un impulso laser nella direzione del moto. Qual è la velocità di questo impulso luminoso rispetto a un sistema di riferimento fermo?

- A $1,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ B $4,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ C $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ D $2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

LHC (Large Hadron Collider), situato a Ginevra in Svizzera, è il più grande e potente acceleratore di particelle al mondo. Supponiamo che un protone sia accelerato fino a una velocità di $2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Qual è il valore di β ?

- A 2,80 B 0,80 C 0,93 D 0,99

Rispetto al sistema di riferimento di B, A è in moto con una velocità di $0,9 c$. Quando rispetto a B l'orologio di A indica che è passato un secondo, un orologio fermo rispetto a B segna che sono trascorsi:

- A 0,4 s B 1,3 s C 1,4 s D 2,3 s

Un corpo si muove con una velocità di $0,5 c$. Qual è il suo coefficiente di dilatazione?

- A $\frac{2}{3}$ B $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Rispetto al sistema di riferimento di A, un righello è in moto con velocità $0,9 c$. Nel sistema di riferimento in cui il righello è fermo, la lunghezza del righello è 10 cm. La lunghezza del righello rispetto ad A è:

- A 2,29 cm B 4,36 cm C 1,90 cm D 5,26 cm

Se per un sistema inerziale A il tempo in un sistema inerziale B è dilatato:

- A per il sistema B il tempo in A è accelerato C per il sistema B il tempo in A è dilatato
 B per il sistema B il tempo in A scorre normalmente D significa che A è un sistema inerziale privilegiato

Un astronauta è disteso su un letto inclinato di un angolo θ rispetto al pavimento dell'astronave. Dal punto di vista di un osservatore che vede l'astronave muoversi verso destra con una velocità vicina a quella della luce, l'angolo formato dal letto con il pavimento, rispetto a quello osservato dall'astronauta, è:

- A maggiore B minore C uguale D non si può dire nulla

Se un aereo passa in volo a una velocità di $0,8 c$ e per chi sta al suolo ha una lunghezza di 6,0 m, per chi si trova sull'aereo la sua lunghezza è:

- A 4,8 m B 13,3 m C 3,6 m D 10 m

2. Enuncia il principio di invarianza della velocità della luce.

La velocità della luce nel vuoto è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dal moto del sistema o da quello della sorgente che emette luce.

3. Enuncia il principio della relatività ristretta.

Le leggi e i principi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

4. Nella relatività ristretta, quando sono simultanei due eventi separati da una certa distanza?

Quando i segnali luminosi che vengono emessi giungono nello stesso istante in un punto equidistante dai due eventi.

5. Definisci il tempo proprio.

Il tempo proprio è l'intervallo di tempo tra due eventi, misurato in un sistema di riferimento inerziale, in cui i due eventi accadono in uno stesso punto.

6. È possibile che, per effetto della contrazione delle lunghezze, una persona alta come me mi sembri più bassa? Motiva la tua risposta.

Sì, se questi si muove lungo il proprio asse a una velocità prossima a quella della luce.

7. I muoni che viaggiano verso la Terra hanno una velocità di $0,995 c$.

A. Assumendo che a riposo i muoni abbiano una vita media di $2,20 \cdot 10^{-6} s$, qual è la durata della loro vita mentre si muovono verso la Terra?

Il tempo di vita del muone a riposo è il tempo proprio: $\Delta t = 2,20 \cdot 10^{-6} s$.
Per determinare la durata della vita del muone in movimento, dobbiamo determinare $\Delta t'$:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 22,0 \cdot 10^{-6} s$$

B. Qual è la distanza che un muone può percorrere nel corso della sua vita?

Basta moltiplicare la velocità del muone per la durata della sua vita in movimento, perché questo è ciò che vedremo da Terra:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t' = 6,58 \cdot 10^3 m$$

C. Se i muoni si formano a $5,00 km$ di altezza, quanto vale questa distanza dal loro punto di vista?

La distanza di $5,00 km$ è la distanza propria, misurata dalla Terra che è in quiete sia rispetto al punto di partenza del muone che al punto di arrivo:
 $\Delta x = 5,00 km$. Possiamo, quindi, determinare $\Delta x'$:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} = \Delta x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 499 m$$

8. Olga deve fare acquisti in una drogheria che dista $400 m$ da casa. Vi si reca a velocità $0,8 c$. All'inizio del viaggio, il suo orologio da polso, quello appeso al muro di casa e quello della drogheria segnano tutti mezzogiorno. (usa come unità di misura del tempo il nan, ovvero il tempo impiegato dalla luce a percorrere $1/3 m$).¹

A. Quanto dura il tragitto nel riferimento della Terra?

Per determinare il tempo nel riferimento della Terra, basta considerare, nella definizione di velocità, la distanza propria $\Delta x = 400 m$ e la velocità
 $v = 0,8 c = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} \frac{m}{nan}$:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta x}{v} = 1500 nan$$

B. Quanto tempo accumula l'orologio da polso di Olga durante il tragitto?

Il tempo misurato dall'orologio da polso di Olga è il tempo proprio e la relazione con $\Delta t'$ è data da:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t'}{\gamma} = \Delta t' \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{3}{5} \Delta t' = 900 nan$$

C. Nel riferimento di Olga è il negozio a venirla incontro: che distanza dovrà coprire per raggiungerla?

Dobbiamo determinare la distanza misurata da Olga, contratta rispetto a quella propria:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} = \Delta x \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{3}{5} \cdot \Delta x = 240 m$$

D. Usando il risultato ottenuto al punto c e la definizione generale della velocità, determina quanto tempo impiega la drogheria a raggiungere Olga. Confronta il risultato ottenuto al punto b.

Usando la definizione di velocità, come rapporto tra lo spazio misurato da Olga e il tempo proprio, possiamo determinare il tempo proprio:

$$v = \frac{\Delta x'}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x'}{v} = 900 nan$$

Il risultato è la conferma di quanto ottenuto al punto b.

E. Nel riferimento di Olga, l'orologio della drogheria si muove, perciò batte il tempo lentamente. Quanto dura secondo quell'orologio il tragitto fino a Olga?

Per Olga, quello della drogheria è il tempo proprio, che si ottiene dividendo il tempo da lei misurato per il coefficiente di dilatazione:

$$\Delta t = \gamma \Delta t'' \Rightarrow \Delta t'' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{3}{5} \Delta t = 540 nan$$

¹ Problema proposto da Daniel F. Styer, Capire davvero la relatività, Zanichelli, Collana Chiavi di lettura, Bologna 2012, p.108