

$$1. \quad x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$$

$$= (x^2 - 4)^3 = (x - 2)^3(x + 2)^3$$

$$2. \quad x^4 - 4x^3 + 4x^2 + x - 2$$

$$= x^2(x^2 - 4x + 4) + x - 2 = x^2(x - 2)^2 + x - 2 = (x - 2)(x^3 - 2x^2 + 1) =$$

Per poter scomporre la seconda parentesi, bisogna applicare il metodo di Ruffini. Per il teorema del resto $P(1) = 0$ e, applicando l'algoritmo di Ruffini, otteniamo:

$$= (x - 2)(x - 1)(x^2 - x - 1)$$

$$3. \quad a^9 - 3a^6 + 3a^3 - 1$$

$$= (a^3 - 1)^3 = (a - 1)^3(a^2 + a + 1)^3$$

$$4. \quad a^6 + a^4b^2 - a^2b^4 - b^6$$

$$= a^4(a^2 + b^2) - b^4(a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)(a^4 - b^4) = (a^2 + b^2)(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)^2(a - b)(a + b)$$

$$5. \quad 6a^2b^4 - 4ab^2 + 4a^2b - 6a^3b^3$$

$$= 2ab(3ab^3 - 2b + 2a - 3a^2b^2) = 2ab[3ab^2(b - a) - 2(b - a)] = 2ab(b - a)(3ab^2 - 2)$$

$$6. \quad a^4 - 5a^2 + 4$$

$$= a^4 - 4a^2 - a^2 + 4 = a^2(a^2 - 4) - 1(a^2 - 4) = (a^2 - 4)(a^2 - 1) = (a + 2)(a - 2)(a + 1)(a - 1)$$

$$7. \quad a^3 - 6a^2 - a + 30$$

Per poter scomporre questo polinomio, non ho altra scelta: devo applicare il metodo di Ruffini!

I possibili divisori vanno scelti tra i divisori di 30, considerato che il coefficiente del termine di grado massimo è 1, perciò sono:

$$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 6; \pm 10; \pm 15; \pm 30$$

Determino il valore che dà resto zero:

$$P(1) = 1 - 6 - 1 + 30 \neq 0; \quad P(-1) = -1 - 6 + 1 + 30 \neq 0;$$

$$P(2) = 8 - 24 - 2 + 30 \neq 0; \quad P(-2) = -8 - 24 + 2 + 30 = 0$$

Applicando l'algoritmo di Ruffini, otteniamo:

$$= (a + 2)(a^2 - 8a + 15) = (a + 2)(a^2 - 3a - 5a + 15) = (a + 2)[a(a - 3) - 5(a - 3)] = (a + 2)(a - 3)(a - 5)$$