

1. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi le affermazioni false:

	V	F
Il momento angolare è una grandezza scalare che si misura in Js	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il momento angolare e la quantità di moto di un punto materiale sono vettori perpendicolari tra loro	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il momento di una forza rispetto a un punto O si trova nel piano individuato da F e da r	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il momento di inerzia di una sbarra sottile, rispetto a un asse di rotazione perpendicolare alla sbarra e passante per il suo centro, è direttamente proporzionale alla lunghezza della sbarra	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
La direzione del momento angolare e quella della velocità angolare sono perpendicolari in un corpo che ruota intorno al proprio asse di simmetria	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
In un sistema sul quale non agiscono forze esterne, forza e momento d'inerzia sono direttamente proporzionali	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dato un oggetto in rotazione per effetto di una forza F, momento d'inerzia e accelerazione angolare sono inversamente proporzionali	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tra due oggetti che hanno diverso momento d'inerzia, quello con accelerazione angolare maggiore è quello con momento d'inerzia maggiore	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Il momento angolare è una grandezza **vettoriale** che si misura in Js

Il momento di una forza rispetto a un punto O è **perpendicolare al** piano individuato da F e da r

Il momento di inerzia di una sbarra sottile, rispetto a un asse di rotazione perpendicolare alla sbarra e passante per il suo centro, è direttamente proporzionale **al quadrato della** lunghezza della sbarra

La direzione del momento angolare e quella della velocità angolare sono **le stesse** in un corpo che ruota intorno al proprio asse di simmetria

Tra due oggetti che hanno diverso momento d'inerzia, quello con accelerazione angolare maggiore è quello con momento d'inerzia **minore**

2. Qual è la relazione tra momento d'inerzia e velocità angolare nel caso in cui il momento angolare sia costante?

Sono inversamente proporzionali.

3. Una palla, per il momento d'inerzia assimilabile a un guscio sferico, rotola sul pavimento senza strisciare. Determina il rapporto tra l'energia cinetica totale e quella rotazionale.

Trattandosi di un guscio sferico, il momento d'inerzia è $\frac{2}{3}MR^2$.

L'energia cinetica traslazionale è: $K_t = \frac{1}{2}Mv^2$ e l'energia cinetica rotazionale è: $K_r = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\omega^2 = \frac{1}{3}Mv^2$

L'energia cinetica totale è: $K_{tot} = K_t + K_r = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{3}Mv^2 = \frac{5}{6}Mv^2$.

$$\frac{K_{tot}}{K_r} = \frac{\frac{5}{6}Mv^2}{\frac{1}{3}Mv^2} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{1} = \frac{5}{2}$$

4. Che cos'è il momento d'inerzia di un corpo e da quali grandezze dipende?

Il momento d'inerzia è per le rotazioni ciò che la massa è per la traslazione, ovvero è la resistenza che il corpo oppone a qualunque variazione di velocità, misura la tendenza di un corpo a mantenere il proprio stato di moto rotazionale. Varia al variare della massa e della distribuzione della massa attorno all'asse di rotazione, quindi della lunghezza r. È direttamente proporzionale alla massa e al quadrato della lunghezza.

5. Perché un tuffatore aumenta la sua velocità angolare se raccoglie braccia e gambe intorno al corpo?

Perché diminuisce il suo momento d'inerzia.

6. Calcola il rapporto tra le velocità tangenziali di Mercurio all'afelio ($69,8 \cdot 10^6 \text{ km}$) e al perielio ($46,0 \cdot 10^6 \text{ km}$).

Per la conservazione del momento angolare:

$$L_A = L_P \quad mr_A v_A = mr_P v_P \quad \frac{v_A}{v_P} = \frac{r_P}{r_A} = \mathbf{0,66}$$

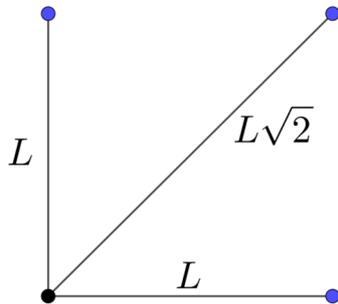
7. Data una sbarra sottile lunga $1,0 \text{ m}$ e di massa $5,0 \text{ kg}$, che compie un giro in $1,0 \text{ s}$ rispetto a un asse perpendicolare passante per un estremo della sbarra, calcola:
 A. il momento d'inerzia
 B. il momento angolare

$$L = 1,0 \text{ m} \quad m = 5,0 \text{ kg} \quad T = 1,0 \text{ s} \quad I? \quad L?$$

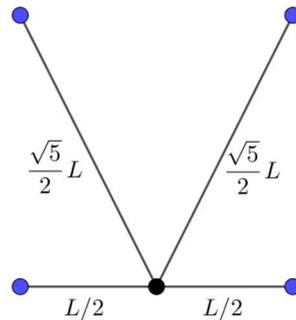
Il momento d'inerzia di una sbarra che ruota attorno all'estremo della sbarra è $I = \frac{1}{3} mL^2 = \mathbf{1,7 \text{ kg m}^2}$.

Il momento angolare è il prodotto tra il momento d'inerzia e la velocità angolare: $L = I\omega = I \frac{2\pi}{T} = \mathbf{11 \text{ kg m}^2/\text{s}}$.

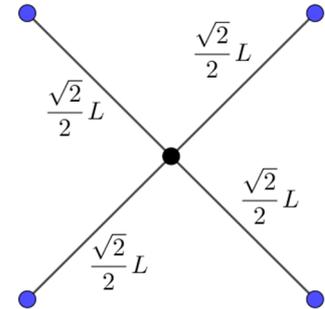
8. Siano date quattro sfere di massa $3,0 \text{ kg}$, poste ai vertici di un quadrato di lato 30 cm . Supponendo che l'asse di rotazione sia perpendicolare al piano del quadrato, determina il momento d'inerzia nel caso in cui l'asse passi per:
 A. un vertice
 B. il punto medio di un lato
 C. il punto d'incontro delle diagonali



$$I = mL^2 + mL^2 + m(L\sqrt{2})^2 = 4mL^2 = \mathbf{1,1 \text{ kg m}^2}$$



$$I = 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + 2m\left(\frac{L\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 3mL^2 = \mathbf{0,81 \text{ kg m}^2}$$



$$I = 4m\left(\frac{L\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2mL^2 = \mathbf{0,54 \text{ kg m}^2}$$

9. La capsula di una ruota panoramica ha un momento angolare di $1,26 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2/\text{s}$ ma, a causa di un guasto, la sua quantità di moto scende a $1,01 \cdot 10^3 \text{ kg m/s}$. Calcola la differenza del momento angolare causata dal guasto rispetto alle condizioni iniziali, sapendo che ogni capsula dista 60 m dal centro.

$$L_1 = 1,26 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2/\text{s} \quad p_2 = 1,01 \cdot 10^3 \text{ kg m/s} \quad R = 60 \text{ m} \quad \Delta L?$$

Sapendo che, per definizione, il momento angolare è dato da: $L_2 = p_2 R$:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = p_2 R - L_1 = \mathbf{-6,54 \cdot 10^4 \text{ kg m}^2/\text{s}}$$

10. Un CD di 12,0 g con un raggio di 6,0 cm ruota con una velocità angolare di 34,0 rad/s.

- A. Qual è la sua energia cinetica?
B. Che velocità angolare deve avere il CD per raddoppiare la sua energia cinetica?

$$m = 12,0 \text{ g} \quad R = 6,0 \text{ cm} \quad \omega = 34,0 \text{ rad/s} \quad K? \quad K_2 = 2K \quad \omega_2?$$

Trattandosi di un disco, il momento d'inerzia è $I = \frac{1}{2}mR^2$:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \mathbf{12 \text{ mJ}}$$

Dato che l'energia cinetica è direttamente proporzionale al quadrato della velocità angolare, perché l'energia cinetica raddoppi, la velocità angolare deve essere moltiplicata per $\sqrt{2}$:

$$\omega_2 = \sqrt{2} \cdot \omega = \mathbf{48 \text{ rad/s}}$$

11. Sia data una piattaforma circolare rotante di momento di inerzia I , in moto con una frequenza f . Un secondo disco, di momento di inerzia nI , cade sulla piattaforma. Calcola la frequenza di rotazione finale della piattaforma dopo la caduta del disco.

$$I_1 = I \quad f_1 = f \quad I_2 = nI \quad f_2?$$

Sapendo che il momento angolare è dato dal prodotto tra momento d'inerzia e velocità angolare e che la velocità angolare è $\omega = 2\pi f$:

$$L_1 = L_2 \quad I_1\omega_1 = (I_1 + I_2)\omega_2$$

$$I \cdot 2\pi f = (I + nI) \cdot 2\pi f_2 \quad f_2 = \frac{I}{I + nI}f = \frac{I}{I(n+1)}f = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n+1}}f$$

12. Una persona di massa 80 kg salta sul seggiolino di una giostra in rotazione a velocità angolare costante. Sapendo che la massa del seggiolino è di 100 kg e che compie un giro in 4,0 s, trascurando gli attriti e la velocità iniziale della persona, calcola il periodo di rotazione della giostra dopo che la persona è salita.

$$m_1 = 80 \text{ kg} \quad m_2 = 100 \text{ kg} \quad T_1 = 4,0 \text{ s} \quad T_2?$$

Partendo dalla conservazione del momento angolare:

$$L_1 = L_2 \quad m_1\omega_1R^2 = (m_1 + m_2)\omega_2R^2$$

$$m_1 \cdot \frac{2\pi}{T_1} = (m_1 + m_2) \cdot \frac{2\pi}{T_2} \quad T_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} T_1 = \mathbf{7,2 \text{ s}}$$