

Determina l'equazione dell'iperbole di equazione  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  sapendo che passa per i punti A (0; -2), B (1;  $\frac{1}{2}$ ) e C (-1;  $-\frac{3}{4}$ )

Divido sia numeratore che denominatore per c:  $y = \frac{\frac{a}{c}x + \frac{b}{c}}{x + \frac{d}{c}}$

Sostituisco nell'equazione le coordinate dei tre punti, in questo modo determino:  $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}, \frac{d}{c}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} -2 = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{d}{c}} = \frac{b}{d} \\ \frac{1}{2} = \frac{\frac{a}{c} + \frac{b}{c}}{1 + \frac{d}{c}} \\ -\frac{3}{4} = \frac{-\frac{a}{c} + \frac{b}{c}}{-1 + \frac{d}{c}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} b = -2d \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{d}{c} \right) = \frac{a}{c} - \frac{2d}{c} \\ -\frac{3}{4} \left( -1 + \frac{d}{c} \right) = -\frac{a}{c} - \frac{2d}{c} \end{array} \right. \quad \text{sommo seconda e terza equazione:}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{d}{2c} + \frac{3}{4} - \frac{3d}{4c} = -\frac{4d}{c} \quad \frac{15d}{4c} = -\frac{5}{4} \quad \frac{d}{c} = -\frac{1}{3}$$

Sostituisco il valore così ottenuto nella seconda equazione:

$$\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{a}{c} + \frac{2}{3} \quad \frac{a}{c} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \quad \frac{a}{c} = -\frac{1}{3}$$

Dalla prima equazione ottengo:  $\frac{b}{c} = -2 \frac{d}{c} = \frac{2}{3}$

L'equazione dell'iperbole diventa:  $y = \frac{-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}{x - \frac{1}{3}}$  ovvero:  $y = \frac{2-x}{3x-1}$