1. $(x+2)^2 - 3(x+2)(x-2) + (x-2)^3 - x^2(x-8) =$

$= x^2 + 4x + 4 - 3(x^2 - 4) + x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - x^3 + 8x^2 =$

$= 3x^2 + 16x - 4 - 3x^2 + 12 = \boxed{16x + 8}$

2. Semplificazione di frazioni algebriche

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a+b)} = \boxed{\frac{a^2 + ab + b^2}{a+b}} \qquad a \neq \pm b$$

$$\frac{b^2 + 3b + 2}{b^3 + 2b^2 - b - 2} = \frac{(b+1)(b+2)}{b^2(b+2) - (b+2)} = \frac{(b+1)(b+2)}{(b+2)(b^2-1)} = \frac{(b+1)(b+2)}{(b+2)(b+1)(b-1)} =$$

$$= \boxed{\frac{1}{b-1}} \qquad b \neq \pm 1 \wedge b \neq -2$$

3. $$\left(\frac{2b-1}{b+1} + \frac{2b-3}{b-1} - \frac{3}{1-b^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{b}{1-2b}\right) =$$

$$= \left(\frac{2b-1}{b+1} + \frac{2b-3}{b-1} + \frac{3}{b^2-1}\right) \cdot \left(\frac{1-2b+b}{1-2b}\right) =$$

$$= \left(\frac{2b^2 - 2b - b + 1 + 2b^2 + 2b - 3b - 3 + 3}{(b+1)(b-1)}\right) \cdot \frac{1-b}{1-2b} =$$

$$= \frac{4b^2 - 4b + 1}{(b+1)(b-1)} \cdot \frac{-(b-1)}{-(2b-1)} =$$

$$= \frac{(2b-1)^2}{(b+1)(b-1)} \cdot \frac{b-1}{2b-1} = \boxed{\frac{2b-1}{b+1}}$$

4. Soluzione di equazioni:

a. $$\frac{x+1}{x-1} - 2 = \frac{2x}{x-1} \Rightarrow \frac{x+1-2x+2}{x-1} = \frac{2x}{x-1} \qquad x \neq 1$$

$-3x = -3 \Rightarrow x = 1$, non accettabile per le condizioni di accettabilità $\Rightarrow$ $\boxed{\text{equazione impossibile}}$

b. $(2a+1)x - a = x(a+3) - 1$

$2ax + x - a - ax - 3x + 1 = 0$

$x(a-2) = a - 1$

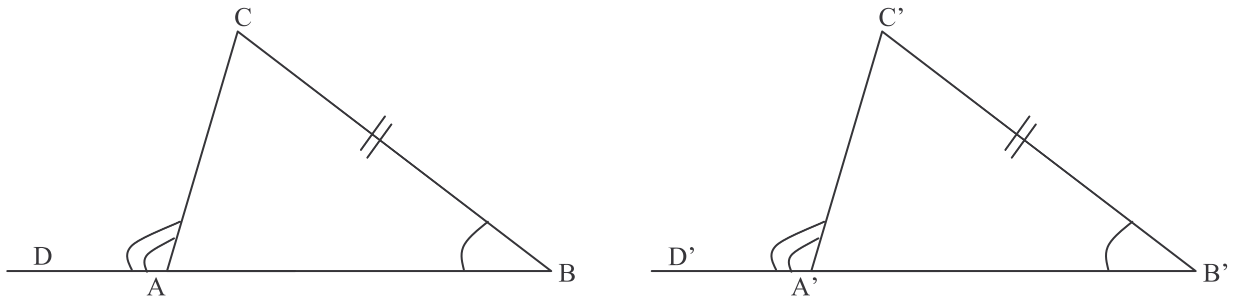
$$\boxed{\begin{array}{l} \textit{Se } a = 2\textit{: equazione impossibile} \\ \textit{Se } a \neq 2\textit{: } x = \dfrac{a-1}{a-2} \end{array}}$$

5. $$\begin{cases} x - y = 41 \\ \dfrac{1}{5}x + \dfrac{1}{3}y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 41 + y \\ \dfrac{1}{5}(41 + y) + \dfrac{1}{3}y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 41 + y \\ \dfrac{3+5}{15}y = \dfrac{-41+65}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 41 + y \\ y = \dfrac{24}{5} \cdot \dfrac{15}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 41 + y \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 50 \\ y = 9 \end{cases}}$$

6. Hp: $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$ $A\hat{B}C \cong A'\hat{B}'C'$ $D\hat{A}C \cong D'\hat{A}'C'$

Ts: $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$



Siccome $D\hat{A}C \cong D'\hat{A}'C'$, allora $C\hat{A}B \cong C'\hat{A}'B'$, in quanto supplementari di angoli congruenti.

A questo punto, per il secondo criterio generalizzato, i due triangoli sono congruenti, avendo un lato e due angoli, ugualmente disposti rispetto al lato, congruenti.

Perciò, $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$, in quanto elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

7. CRITERIO PARTICOLARE DI CONGRUENZA DEI TRIANGOLI RETTANGOLI – Due triangoli rettangoli sono congruenti, quando hanno l'ipotenusa e un cateto rispettivamente congruenti.