

1. Data la retta di equazione $2x - 3y + 8 = 0$ determina l'equazione della retta ad essa perpendicolare, condotta per il punto A (0; 7); determina inoltre le coordinate del piede di tale perpendicolare.

La retta data in forma esplicita è: $y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$, ovvero ha coefficiente angolare $\frac{2}{3}$. Una retta ad essa perpendicolare avrà coefficiente angolare $-\frac{3}{2}$. Determino quindi l'equazione della retta con la formula:

$$y - y_A = -\frac{3}{2}(x - x_A) \Rightarrow y - 7 = -\frac{3}{2}(x - 0) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 7$$

Determino il piede della perpendicolare, calcolando l'intersezione tra la retta di partenza e la perpendicolare ottenuta:

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \\ y = -\frac{3}{2}x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} = -\frac{3}{2}x + 7 \\ y = -\frac{3}{2}x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 9x = 42 - 16 \\ y = -\frac{3}{2}x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x = 26 \\ y = -\frac{3}{2}x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{3}{2} \cdot 2 + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \quad H(2; 4)$$

2. Un triangolo rettangolo ha come ipotenusa il segmento di estremi A (6; 5) e B (-4; 5) mentre il terzo vertice C ha ordinata 1. Determina l'ascissa di C.

Perché il triangolo sia rettangolo, $\overline{AC} \perp \overline{BC}$, ovvero: $m_{\overline{AC}} = -\frac{1}{m_{\overline{BC}}}$. Sostituendo:

$$\frac{5-1}{6-x_C} = -\frac{1}{\frac{5-1}{-4-x_C}} \quad \text{considerando } x_C = x: \frac{4}{6-x} = \frac{4+x}{4}$$

$$16 = 24 - 4x + 6x - x^2 \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{1} \quad \text{Due sono i punti che soddisfano le condizioni richieste: } C_1(4; 1) \quad C_2(-2; 1)$$

3. Sulla retta $y = 2$, determina il punto P equidistante da A (0; 3) e da B (1; 4)

Il generico punto è $P(x; 2)$ e so che: $\overline{PA} \cong \overline{PB}$, ovvero: $\overline{PA}^2 \cong \overline{PB}^2$, perciò:

$$(x-0)^2 + (2-3)^2 = (x-1)^2 + (2-4)^2$$

$$x^2 + 1 = x^2 - 2x + 1 + 4 \quad 2x = 4 \quad P(2; 2)$$

4. Conduci per il punto A (2; 3) la parallela e la perpendicolare alla retta di equazione $x - 5y + 4 = 0$ e, indicati con B e C i loro punti di intersezione con l'asse y, calcola l'area del triangolo ABC.

La retta $x - 5y + 4 = 0$ in forma esplicita diventa: $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$ e ha coefficiente angolare $\frac{1}{5}$.

Perciò la retta perpendicolare alla retta data ha equazione: $y - 3 = -5(x - 2)$ $y = -5x + 13$

La retta parallela ha equazione: $y - 3 = \frac{1}{5}(x - 2)$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{13}{5}$

La prima retta ha intersezione con l'asse y: $B(0; 13)$, la seconda: $C\left(0; \frac{13}{5}\right)$.

Considero come base del triangolo il lato $\overline{BC} = \left|13 - \frac{13}{5}\right| = \frac{52}{5}$ e come altezza l'altezza condotta da A al

lato BC, che corrisponde all'ascissa di A, visto che il segmento BC si trova sull'asse y.

$$\text{Perciò: } Area = \frac{52}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{52}{5}$$

5. Dato il triangolo A (-2; 3), B (0; 5), C (2; -2), trova l'equazione della retta che passa per C ed è parallela all'altezza relativa al lato AC.

Essendo l'altezza relativa al lato AC perpendicolare ad AC stesso, allora la parallela a tale altezza è perpendicolare ad AC (il dato delle coordinate di B è completamente inutile).

Perciò l'equazione della retta si determina con la formula: $y - y_C = -\frac{1}{m_{AC}}(x - x_C)$.

$$m_{AC} = \frac{3 + 2}{-2 - 2} = -\frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad y + 2 = \frac{4}{5}(x - 2) \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4}{5}x - \frac{18}{5}$$