1. Determina l'equazione della circonferenza passante per il punto A (5; –2) e tangente in B (1; 2) alla retta $x - 3y + 5 = 0$.

Determino l'asse del segmento AB e la perpendicolare alla retta data passante per B. Mettendole a sistema, determino le coordinate del centro della circonferenza:

$$a_{\overline{AB}}: (x-5)^2 + (y+2)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 + 4y + 4 = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4$$

$$-8x + 8y + 24 = 0 \qquad x - y - 3 = 0$$

$$x - 3y + 5 = 0 \qquad y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$y - 2 = -3(x-1) \qquad 3x + y - 5 = 0$$

$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 4x = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \qquad C\,(2; -1)$$

Determino la misura del raggio come distanza del centro C dal punto A:

$$r = \overline{AC} = \sqrt{(5-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathscr{C}\; (x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{10}^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$$

2. Determina la circonferenza di diametro A (–5; 0) e B (–1; –2) e rappresentala.

Determino il punto medio del segmento AB, centro della circonferenza:

$$C\,(-3; -1)$$

Determino la lunghezza del raggio come distanza del centro dal punto A:

$$r = \overline{AC} = \sqrt{(-5+3)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathscr{C}\; (x+3)^2 + (y+1)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2$$

$$x^2 + y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$$

3. Determina la circonferenza passante per l'origine e con centro C (2; –3).

Visto che la circonferenza passa per l'origine, ha generica equazione: $x^2 + y^2 + ax + by = 0$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathscr{C}\; (x-2)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$$

4. Determina le tangenti alla circonferenza $x^2 + y^2 + 4y - 21 = 0$, dai suoi punti di ascissa 3 e verifica che si incontrano in un punto di ordinata – 2.

Determino le coordinate dei punti di ascissa 3, sostituendo l'ascissa nell'equazione della circonferenza:

$$3^2 + y^2 + 4y - 21 = 0 \qquad y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+16}}{1} \left\langle \begin{matrix} 2 \\ -6 \end{matrix} \right. \qquad A\,(3;\,-6) \qquad B\,(3;\,2)$$

Determino il coefficiente angolare del raggio CA e determino l'equazione della retta perpendicolare ad AC e passante per A:

le coordinate del centro della circonferenza sono: $C\;(0;\,-2)$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-2+6}{0-3} = -\frac{4}{3} \qquad y + 6 = \frac{3}{4}(x-3) \qquad 3x - 4y - 33 = 0$$

Allo stesso modo per la tangente nel punto B:

$$m_{\overline{BC}} = \frac{-2-2}{0-3} = \frac{4}{3} \qquad y - 2 = -\frac{3}{4}(x-3) \qquad 3x + 4y - 17 = 0$$

Verifico che le due rette si intersecano in un punto di ordinata – 2.

$$\begin{cases} 3x + 4y - 17 = 0 \\ 3x - 4y - 33 = 0 \end{cases}$$

$$8y + 16 = 0 \qquad y = -2$$

5. Determina la circonferenza con centro C (–6; –3) e tangente alla retta $x = -1$.

Determino la distanza tra il centro e la tangente, che è pari al raggio: $r = |-6+1| = 5$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathcal{C}\;(x+6)^2 + (y+3)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 + 12x + 6y + 20 = 0$$