1. Determina l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento di estremi A (1; 3) e B (2; –5) e rappresentala.

Determino il centro della circonferenza, punto medio del segmento AB: $C\left(\frac{3}{2}; -1\right)$

Determino la lunghezza del raggio, pari alla distanza $\overline{AC} = \sqrt{\left(1-\frac{3}{2}\right)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+16} = \frac{\sqrt{65}}{2}$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathcal{C}\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + (y+1)^2 = \left(\frac{\sqrt{65}}{2}\right)^2$$

$$x^2 + y^2 - 3x + 2y - 13 = 0$$

2. Determina l'equazione della circonferenza passante per i punti A (4; 5) e B (8; 7) e con il centro sulla retta *s*: *x – 3 y + 5 = 0*.

Determino l'asse del segmento AB, mettendolo a sistema con la retta s, determino le coordinate del centro della circonferenza:

$$a_{AB}: (x-4)^2 + (y-5)^2 = (x-8)^2 + (y-7)^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 10y + 25 = x^2 - 16x + 64 + y^2 - 14y + 49$$

$$8x + 4y - 72 = 0 \qquad 2x + y - 18 = 0$$

$$\begin{cases} 2x + y - 18 = 0 \\ x - 3y + 5 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 2(3y-5) + y - 18 = 0 \end{cases} \qquad C\,(7; 4)$$

Determino la lunghezza del raggio come distanza AC: $\overline{AC} = \sqrt{(7-4)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{10}$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathcal{C}\ (x-7)^2 + (y-4)^2 = \left(\sqrt{10}\right)^2$$

$$x^2 + y^2 - 14x - 8y + 55 = 0$$

3. Determina l'equazione della circonferenza passante per i punti A (0; 5), B (–1; –2) e C (3; 6).

Determino le equazioni degli assi dei segmenti AB e AC. Mettendole a sistema, trovo il centro della circonferenza:

$$a_{AB}: (x-0)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (y+2)^2$$

$$x^2 + y^2 - 10y + 25 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4$$

$$2x + 14y - 20 = 0 \qquad x + 7y - 10 = 0$$

$$a_{AC}: (x-0)^2 + (y-5)^2 = (x-3)^2 + (y-6)^2$$

$$x^2 + y^2 - 10y + 25 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36$$

$$6x + 2y - 20 = 0 \qquad 3x + y - 10 = 0$$

$$\begin{cases} x + 7y - 10 = 0 \\ 3x + y - 10 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -7y + 10 \\ 3(-7y + 10) + y - 10 = 0 \end{cases} \qquad D\,(3;1)$$

Determino la lunghezza del segmento AD, raggio della circonferenza: $\overline{AD} = \sqrt{(0-3)^2 + (5-1)^2} = 5$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathscr{C}\ (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

4. Determina la circonferenza di centro C (–4; 4) e tangente alla retta *s*: *y* = 2 *x* + 2.

Determino la distanza del punto C dalla retta s, in questo modo ho il raggio della circonferenza:

$$d\,(C;s) = \frac{|-8-4+2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

Ho elementi sufficienti per determinare l'equazione della circonferenza:

$$\mathscr{C}\ (x+4)^2 + (y-4)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 8y + 12 = 0$$

5. Determina le equazioni delle tangenti alla circonferenza $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$, uscenti dal punto A (3; 1) e verifica che sono tra loro perpendicolari.

Determino l'equazione della retta generica passante per A: $y - 1 = m\,(x-3)$ $\qquad mx - y - 3m + 1 = 0$

La distanza del centro dalla retta generica è pari al raggio. Determino quindi centro e raggio:

$$C\,(1;-3) \qquad r = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$r = \frac{|m + 3 - 3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10} \qquad |4 - 2m| = \sqrt{10\,(m^2 + 1)}$$

$$16 - 16m + 4m^2 = 10\,m^2 + 10 \qquad 6m^2 + 16m - 6 = 0$$

$$3m^2 + 8m - 3 = 0 \qquad m_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+9}}{3} \left\langle \begin{matrix} \frac{1}{3} \\ -3 \end{matrix} \right.$$

$$x - 3y = 0 \qquad 3x + y - 10 = 0$$

I due coefficienti angolari sono uno l'antireciproco dell'altro perciò le due rette sono perpendicolari.