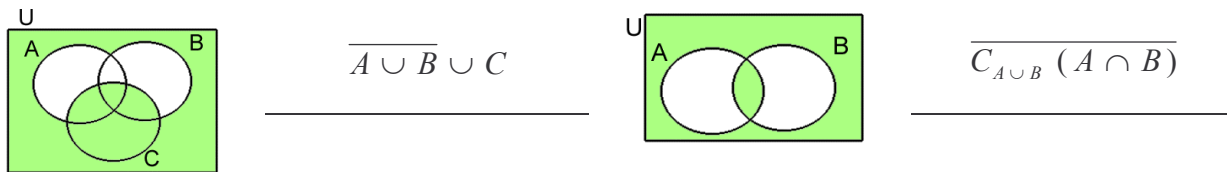


VERIFICA DI MATEMATICA (recupero)
 CLASSE 1[^] – 5 Dicembre 2006

1. Individua la parte evidenziata nelle figure, utilizzando i simboli delle operazioni insiemistiche:



punti ____/1,5

2. Dati gli insiemi $A = \{\text{numeri naturali dispari}\}$ e $B = \{\text{numeri naturali divisibili per } 4\}$, usando formule matematiche, descrivi i due insiemi e calcola $A \cup B$ e $A \cap B$. punti ____/2,5

$$A = \{x \mid x = 2n + 1, n \in N\} \qquad B = \{x \mid x = 4k, k \in N\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x = 2n + 1 \vee x = 4k, n, k \in N\} \qquad A \cap B = \emptyset$$

3. Dai la rappresentazione estensiva dell'insieme A dei numeri della forma $3n + 1$ con $n \in \{0, 1, 3, 5\}$.

$$A = \{1, 4, 10, 16\} \qquad \text{punti ____/0,5}$$

4. Dati gli insiemi A, B e C formati, rispettivamente, dalle lettere delle parole "castello", "carrello" e "cestello", elenca gli elementi di ciascun insieme, elenca gli elementi dell'unione $A \cup B \cup C$ e dell'intersezione $A \cap B \cap C$ e stabilisci infine se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- | | | | |
|---------------------------|----------|----------|--------------|
| a. $e \in A$ | V | F | |
| b. $c \notin B$ | V | F | |
| c. $C \subset A$ | V | F | |
| d. $(A \cap B) \subset C$ | V | F | |
| e. $\{c\} \in B$ | V | F | punti ____/2 |

$$A = \{c, a, s, t, e, l, o\} \qquad B = \{c, a, r, e, l, o\} \qquad C = \{c, e, s, t, l, o\}$$

$$A \cup B \cup C = \{c, a, s, t, e, l, o, r\} \qquad A \cap B \cap C = \{c, e, l, o\}$$

5. Costruisci gli insiemi A, B, C in modo che:

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6\} \qquad A \cup C = \{0, 1, 2, 4, 5, 6\} \qquad B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{0, 1\} \qquad A \cap C = \{0, 5\} \qquad B \cap C = \{0, 2\}$$

punti ____/1

$$A = \{0, 1, 5, 6\} \qquad B = \{0, 1, 2, 3\} \qquad C = \{0, 2, 4, 5\}$$

6. Determina l'insieme delle parti dell'insieme $A = \{1, 3, 5\}$ punti ____/1

$$P(A) = \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, A, \emptyset\}$$

7. Determina per elencazione il prodotto cartesiano $A \times B$ degli insiemi:

- a. $A = \{1, 2\}$ e $B = \{4, 5, 7\}$ $A \times B = \{(1, 4), (1, 5), (1, 7), (2, 4), (2, 5), (2, 7)\}$
 b. $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \emptyset$ $A \times B = \emptyset$ punti ____/1

8. Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 7 \vee 10 \leq x \leq 13\}$, stabilisci quali delle seguenti famiglie di sottoinsiemi di A costituisce una sua partizione, motivando la risposta:

- a. $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $C = \{10, 11, 12, 13\}$ sì perché: $A = B \cup C$ e $B \cap C = \emptyset$
 b. $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{6, 7, 10\}$, $D = \{10, 11, 12\}$ no perché: $C \cap D \neq \emptyset$ e $A \neq B \cup C \cup D$
 c. $B = \{3, 5, 7\}$, $C = \{4, 6, 10\}$, $D = \{10, 11\}$ no perché: $C \cap D \neq \emptyset$ e $A \neq B \cup C \cup D$
 d. $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{7, 10, 11, 12\}$, $D = \{13\}$, $E = \emptyset$ sì, perché:
 $B \cap C = C \cap D = D \cap E = B \cap D = B \cap E = C \cap E = \emptyset$ e $A = B \cup C \cup D \cup E$

punti ____/2

9. Esegui le seguenti operazioni e verifica i risultati eseguendo le stesse operazioni nel sistema decimale:

- a. $11001101_2 + 1011011_2 = 100101000_2$ – nel sistema decimale: $205 + 91 = 296$
 b. $110010_2 \times 101_2 = 1111010_2$ – nel sistema decimale: $50 \times 5 = 250$ punti ____/2

10. $\left\{ \left[\left(\frac{3}{5} \right)^{-3} \right]^{-2} : \left(\frac{3}{5} \right)^{-3} \right\} : \left[\left(\frac{3}{5} \right)^7 : \left(\frac{3}{5} \right)^{-10} \right]^{-1} - \frac{2}{3}$ punti ____/2

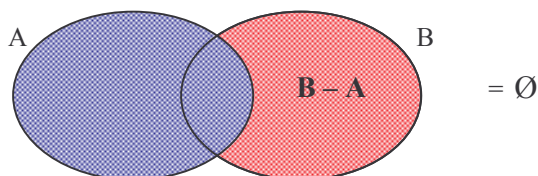
$$= \left\{ \left(\frac{3}{5} \right)^6 : \left(\frac{3}{5} \right)^{-3} \right\}^{-2} : \left[\left(\frac{3}{5} \right)^{17} \right]^{-1} - \frac{2}{3} =$$

$$= \left\{ \left(\frac{3}{5} \right)^9 \right\}^{-2} : \left(\frac{3}{5} \right)^{-17} - \frac{2}{3} =$$

$$= \left(\frac{3}{5} \right)^{-18} : \left(\frac{3}{5} \right)^{-17} - \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{5} \right)^{-1} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

11. Risolvi i seguenti esercizi, rappresentando, con i diagrammi di Eulero-Venn gli insiemi dati. Successivamente, trasforma le relazioni tra insiemi in relazioni tra proposizioni ed eseguirne le tavole di verità.

- a. $A \cap \overline{(A \cup B)} = A \cap (\overline{A} \cap B)$ applicando la legge di De Morgan
 $= A \cap (B - A)$ applicando la definizione di differenza



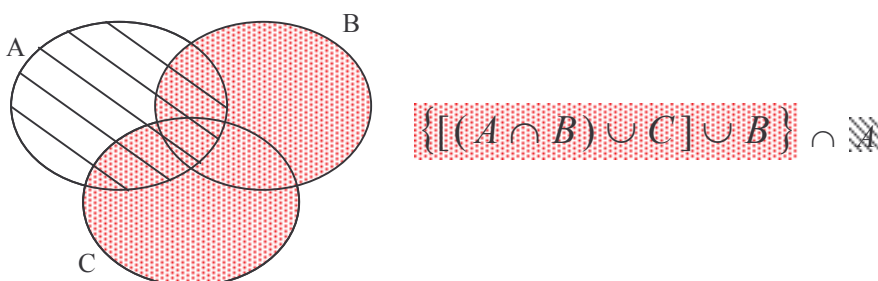
In forma di relazioni tra proposizioni diventa, associando all'insieme A la proposizione p e all'insieme B la proposizione q:

$$p \wedge (\overline{p \vee q})$$

Eseguiamo la tavola di verità:

p	q	\bar{q}	$p \vee \bar{q}$	$\overline{p \vee \bar{q}}$	$p \wedge \overline{p \vee \bar{q}}$
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	F

b. $\{[(A \cap B) \cup C] \cup B\} \cap A$



In forma di relazioni tra proposizioni diventa, associando all'insieme A la proposizione p , all'insieme B la proposizione q e all'insieme C la proposizione r :

$$\{[(p \wedge q) \vee r] \vee q\} \wedge p$$

Eseguiamo la tavola di verità:

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$	$[(p \wedge q) \vee r] \vee q$	$\{[(p \wedge q) \vee r] \vee q\} \wedge p$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	F	F	V	F
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	F	F	F

12. Siano dati i predicati $a(x): x \in N, 3 \leq x \leq 10$; $b(x): x \in N$ e $x \geq 9$. Stabilisci i valori di verità dei seguenti predicati:

	per $x = 2$	per $x = 9$	per $x = 13$
$a(x) \wedge b(x)$	F	V	F
$a(x) \vee b(x)$	F	V	V
$\overline{a(x)} \vee \overline{b(x)}$	V	F	V
$\overline{a(x)} \wedge \overline{b(x)}$	V	F	F

punti _____/1,5

13. Dato il predicato $a(x): 7x < 22, x \in N$, determinane l'insieme di verità:

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

punti _____/1

14. Dati i predicati: $a(x): x \in N, 3 \leq x \leq 10$, $b(x): x \in N$ e $7 < x \leq 13$, determina l'insieme di verità dei due predicati e, attraverso operazioni insiemistiche, anche dei predicati indicati di seguito:

$a(x)$	$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$b(x)$	$B = \{8, 9, 10, 11, 12, 13\}$
$\overline{a(x)}$	\overline{A}
$a(x) \wedge b(x)$	$A \cap B = \{8, 9, 10\}$
$\overline{a(x)} \wedge b(x)$	$\overline{A} \cap B = B - A = \{11, 12, 13\}$
$a(x) \vee b(x)$	$A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

punti _____/2

15. Sia $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:

	V	F
$\forall x, x \leq 13$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\exists x \mid x \leq 8$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nexists x \mid x > 14$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\forall x, x \geq 13$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\exists x \mid x \geq 7$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\exists! x \mid x \leq 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nexists x \mid x < 4$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\exists! x \mid x \geq 6$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

punti _____/2

Totale punti 27. Sufficienza con punti 14,9.