1. $$\frac{x}{x-1}+\frac{10x-5}{4x^2-10x+6}\geq\frac{x+1}{4x-6}$$

$$\frac{x}{x-1}+\frac{10x-5}{2(2x-3)(x-1)}\geq\frac{x+1}{2(2x-3)}$$

$$\frac{2x(2x-3)+10x-5-(x+1)(x-1)}{2(2x-3)(x-1)}\geq 0$$

$$\frac{4x^2-6x+10x-5-x^2+1}{2(2x-3)(x-1)}\geq 0$$

$$\frac{3x^2+4x-4}{2(2x-3)(x-1)}\geq 0$$

$N\geq 0$: $\quad 3x^2+4x-4\geq 0$ $\qquad x_{1,2}=\dfrac{-2\pm 4}{3}\left\langle\begin{array}{l}-2\\ \dfrac{2}{3}\end{array}\right.$

$$x\leq -2\ \vee\ x\geq\frac{2}{3}$$

$D>0$: $\quad (2x-3)(x-1)>0$ $\qquad x<1\ \vee\ x>\dfrac{3}{2}$

Dallo studio dei segni si conclude che: $\quad x\leq -2\ \vee\ \dfrac{2}{3}\leq x<1\ \vee\ x>\dfrac{3}{2}$

2. $$(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2-(\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2+\sqrt{3}(2\sqrt{3}+2\sqrt{6}+1)=$$

$$=6+3-6\sqrt{2}-6-8+8\sqrt{3}+6+6\sqrt{2}+\sqrt{3}=1+9\sqrt{3}$$

3. Razionalizza le seguenti frazioni:

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}}=\frac{7}{3+\sqrt{2}}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{7}=3-\sqrt{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{24}}=\frac{3}{2\sqrt[3]{3}}\cdot\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9}}=\frac{3\sqrt[3]{9}}{6}=\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$$

4. Nell'equazione $2x^2 + (2k-1)x + k - 1 = 0$, determina k in modo che:

a. l'equazione abbia soluzioni reali: $\Delta \geq 0$

$$\Delta = (2k-1)^2 - 8(k-1) = 4k^2 - 4k + 1 - 8k + 8 = 4k^2 - 12k + 9 = (2k-3)^2$$

$$\Delta \geq 0 \quad \forall k \in R$$

b. una delle due radici sia 2: *sostituisco 2 nell'equazione al posto della x*

$$8 + (2k-1)\cdot 2 + k - 1 = 0$$

$$8 + 4k - 2 + k - 1 = 0 \qquad 5k + 5 = 0 \qquad k = -1$$

c. le due radici siano opposte: *questo si verifica quando l'equazione è pura, perciò nel caso in cui b = 0*

$$2k - 1 = 0 \qquad k = \frac{1}{2}$$

d. $x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) = 4$

$$\frac{k-1}{2} - 3\frac{2k-1}{2} = 4 \qquad k - 1 - 6k + 3 = 8 \qquad k = -\frac{6}{5}$$

5. $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ *Applico il metodo di sostituzione, ricavando la x dalla seconda equazione:*

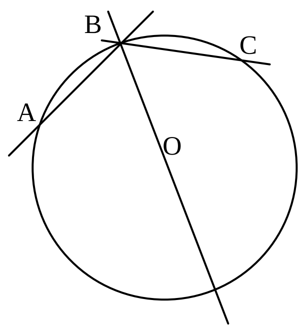
$$\begin{cases} x = y + 2 \\ (y+2)^2 + y^2 - 4(y+2) + 6y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ y^2 + 4y + 4 + y^2 - 4y - 8 + 6y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ 2y^2 + 6y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$$

6. Siano AB e BC due corde congruenti di una circonferenza di centro O. Dimostra che il diametro passante per B è bisettrice dell'angolo $A\hat{B}C$.

Hp: … Ts: …



Considero i triangoli ABO e BOC. Essi hanno:

$\overline{BO}$ in comune

$\overline{BC} \cong \overline{AB}$ per ipotesi

$\overline{AO} \cong \overline{OC}$ perché raggi

Perciò i due triangoli considerati sono congruenti per il terzo criterio.

Di conseguenza, $A\hat{B}O \cong O\hat{B}C$ perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

c.v.d.