1. $(2x-1)^3+(2x+y)^2-[(3y-2x)(3y+2x)+2x-9y^2]:(-2x)+4x(2x-1-2x^2)$

$=8x^3-12x^2+6x-1+4x^2+4xy+y^2-[9y^2-4x^2+2x-9y^2]:(-2x)+8x^2-4x-8x^3=$

$=8x^3-12x^2+6x-1+4x^2+4xy+y^2-2x+1+8x^2-4x-8x^3=4xy+y^2$

2. Semplifica le seguenti frazioni algebriche, dopo aver posto le condizioni di esistenza:

$$\frac{x^3-2x^2+x}{x^3-3x^2+3x-1}=\frac{x(x^2-2x+1)}{(x-1)^3}=\frac{x(x-1)^2}{(x-1)^3}=\frac{x}{x-1} \qquad c.e.:\ x\neq 1$$

$$\frac{x^3+3x^2-4x-12}{3x^2+15x+18}=\frac{x^2(x+3)-4(x+3)}{3(x^2+5x+6)}=\frac{(x+3)(x^2-4)}{3(x+2)(x+3)}=$$

$$=\frac{(x+3)(x-2)(x+2)}{3(x+2)(x+3)}=\frac{x-2}{3} \qquad c.e.:\ x\neq -2;\ x\neq -3$$

3. $$\left[\frac{a-3}{a^2+3a+2}:\left(\frac{2}{a+2}-\frac{3}{a+1}\right)\right]:\left[\left(\frac{1}{2a}+\frac{1}{a+1}\right):\frac{3a+1}{a^2-2a-3}\right]=$$

$$=\left[\frac{a-3}{(a+2)(a+1)}:\frac{2a+2-3a-6}{(a+2)(a+1)}\right]:\left[\frac{a+1+2a}{2a(a+1)}:\frac{3a+1}{(a-3)(a+1)}\right]=$$

$$=\left[\frac{a-3}{(a+2)(a+1)}\cdot\frac{(a+2)(a+1)}{-a-4}\right]:\left[\frac{3a+1}{2a(a+1)}\cdot\frac{(a-3)(a+1)}{3a+1}\right]=$$

$$=\frac{a-3}{-a-4}:\frac{a-3}{2a}=\frac{a-3}{-a-4}\cdot\frac{2a}{a-3}=-\frac{2a}{a+4}$$

$c.e.:\ a\neq -2;\ a\neq -1;\ a\neq -4$

$a\neq 0;\ a\neq -\frac{1}{3};\ a\neq 3$

4. Risolvi le seguenti equazioni:

a. $$\frac{1}{x^2+x}-\frac{4}{x^2-3x-4}=\frac{1}{4x-x^2}+\frac{1}{x^2-3x-4}$$

$$\frac{1}{x(x+1)}-\frac{5}{(x-4)(x+1)}=-\frac{1}{x(x-4)}$$

$$\frac{x-4-5x}{x(x+1)(x-4)}=-\frac{x+1}{x(x-4)} \qquad c.a.:\ x\neq 0;\ x\neq -1;\ x\neq 4$$

$$x-4-5x+x+1=0$$

$$-3x-3=0$$

$x=-1$ *non accettabile per le c.a.* $\Rightarrow$ *eq.ne impossibile*

b. $2(ax+b) = ax + 2b$

$2ax + 2b = ax + 2b$

$ax = 0$

$Se \;\; a = 0 \quad \Rightarrow \quad eq.ne \; ind.$

$Se \;\; a \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

5. Risolvi il seguente sistema applicando il metodo di eliminazione o riduzione e un altro metodo a tua scelta:

$$\begin{cases} \dfrac{x-y}{2} + \dfrac{2x+y}{3} = \dfrac{7}{6} \\ x + y - \dfrac{x-y}{3} = \dfrac{2}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x - 3y + 4x + 2y = 7 \\ 3x + 3y - x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - y = 7 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 7x - y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

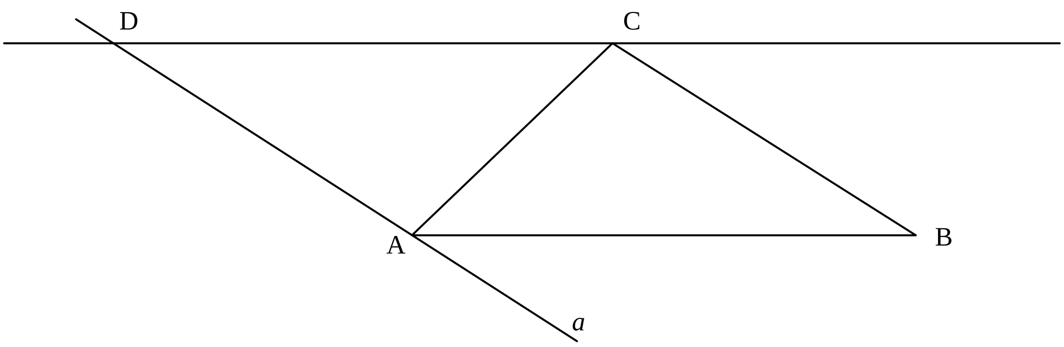
$$\begin{cases} 14x - 2y = 14 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 7x - y = 7 \\ -7x - 14y = -7 \end{cases}$$

$$15x \quad / \quad = 15 \qquad\qquad / \quad -15y = 0$$

$$x = 1 \qquad\qquad y = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

6. Sia ABC un triangolo qualsiasi; dal vertice A traccia la retta *a* parallela al lato BC e dal vertice C traccia la parallela al lato AB che interseca *a* in D. Dimostra che il triangolo ABC è congruente al triangolo ACD.



Hp: …

Ts: …

Dim: Considero i triangoli ABC e ADC. Essi hanno:

$D\hat{C}A \cong C\hat{A}B$ perché angoli alterni interni in rette parallele CD e AB (parallele per hp), tagliate dalla trasversale AC

AC in comune

$A\hat{C}B \cong C\hat{A}D$ perché angoli alterni interni in rette parallele CB e *a* (parallele per hp), tagliate dalla trasversale AC

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza dei triangoli.

c.v.d.