VERIFICA DI MATEMATICA (recupero per assenti)

CLASSE 1^D – 12 Marzo 2007

COGNOME ______________________________ NOME ____________________________

1. Esegui le seguenti espressioni con le frazioni algebriche, ricordandoti di porre le condizioni di esistenza:

a. $\left(\frac{2}{3y-1}-\frac{y}{y^2+1}\right)\cdot\left(\frac{y+1}{y-2}-\frac{y}{y+1}-\frac{y+2}{y^2-y-2}\right)+\frac{1}{2y^2+2}$ __________/7

$$=\frac{2y^2+2-3y^2+y}{(3y-1)(y^2+1)}\cdot\frac{y^2+2y+1-y^2+2y-y-2}{(y-2)(y+1)}+\frac{1}{2(y^2+1)}=$$

$$=\frac{-y^2+y+2}{(3y-1)(y^2+1)}\cdot\frac{3y-1}{(y-2)(y+1)}+\frac{1}{2(y^2+1)}=$$

$$=\frac{-(y-2)(y+1)}{(3y-1)(y^2+1)}\cdot\frac{3y-1}{(y-2)(y+1)}+\frac{1}{2(y^2+1)}=$$

$$=-\frac{1}{(y^2+1)}+\frac{1}{2(y^2+1)}=\frac{-2+1}{2(y^2+1)}=-\frac{1}{2(y^2+1)}$$

$$C.E.:\ y\neq\frac{1}{3}\ \wedge\ y\neq 2\ \wedge\ y\neq -1$$

b. $\left[\frac{x^2-3x+9}{3x-6}\left(\frac{x^2+3}{x^3+27}-\frac{1}{x+3}\right)-\frac{2}{x+2}\right]:\left[\left(1+\frac{4}{x}\right):\left(1-\frac{4}{x^2}\right)\right]$ __________/7

$$=\left(\frac{x^2-3x+9}{3(x-2)}\cdot\frac{x^2+3-x^2+3x-9}{(x+3)(x^2-3x+9)}-\frac{2}{x+2}\right):\left(\frac{x+4}{x}:\frac{x^2-4}{x^2}\right)=$$

$$=\left(\frac{x^2-3x+9}{3(x-2)}\cdot\frac{3(x-2)}{(x+3)(x^2-3x+9)}-\frac{2}{x+2}\right):\left(\frac{x+4}{x}\cdot\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}\right)=$$

$$=\left(\frac{1}{x+3}-\frac{2}{x+2}\right):\frac{x(x+4)}{(x-2)(x+2)}=$$

$$=\frac{x+2-2x-6}{(x+3)(x+2)}:\frac{x(x+4)}{(x-2)(x+2)}=$$

$$=\frac{-(x+4)}{(x+3)(x+2)}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{x(x+4)}=-\frac{x-2}{x(x+3)}=\frac{2-x}{x(x+3)}$$

$$C.E.:\ x\neq 2\ \wedge\ x\neq -3\ \wedge\ x\neq -2\ \wedge\ x\neq 0\ \wedge\ x\neq -4$$

2. Scomponi i seguenti polinomi:

a. $2b^3 - b^2 - 13b - 6$ ____________/2

Probabili zeri del polinomio: $\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \pm 6,\ \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{3}{2}$

$P(1) = 2 - 1 - 13 - 6 \neq 0$
$P(-1) = -2 - 1 + 13 - 6 \neq 0$
$P(2) = 16 - 4 - 26 - 6 \neq 0$
$P(-2) = -16 - 4 + 26 - 6 = 0$

	2	-1	-13	-6
-2		-4	10	6
	2	-5	-3	0

$$2b^3 - b^2 - 13b - 6 = (b+2)(2b^2 - 5b - 3) = (b+2)(2b^2 - 6b + b - 3) =$$
$$= (b+2)[2b(b-3) + b - 3] = (b+2)(b-3)(2b+1)$$

b. $x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 18x$ ____________/2,5

Probabili zeri del polinomio: $\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \pm 6,\ \pm 18$

$P(1) = 1 - 8 + 21 - 18 \neq 0$
$P(-1) = -1 - 8 - 21 - 18 \neq 0$
$P(2) = 8 - 32 + 42 - 18 = 0$

	1	-8	21	-18
2		2	-12	18
	1	-6	9	0

$$x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 18x = x(x^3 - 8x^2 + 21x - 18) =$$
$$= x(x-2)(x^2 - 6x + 9) = x(x-2)(x-3)^2$$

3. Effettua la seguente divisione tra polinomi, determinandone il quoziente ed il resto.

$$(2x^5 - 2x^4 + 5x^3 + 5x^2 + 4) : (2x^2 + 3)$$

____________/2

$$\begin{array}{cccccc|l}
2x^5 & -2x^4 & 5x^3 & 5x^2 & & 4 & 2x^2 + 3 \\ \cline{7-7}
-2x^5 & & -3x^3 & & & & x^3 - x^2 + x + 4 \\ \cline{1-6}
 & -2x^4 & 2x^3 & 5x^2 & & 4 & \\
 & 2x^4 & & 3x^2 & & & \\ \cline{2-6}
 & & 2x^3 & 8x^2 & & 4 & \\
 & & -2x^3 & & -3x & & \\ \cline{3-6}
 & & & 8x^2 & -3x & 4 & \\
 & & & -8x^2 & & -12 & \\ \cline{4-6}
 & & & & -3x & -8 &
\end{array}$$

$$Q(x) = x^3 - x^2 + x + 4 \qquad R(x) = -3x - 8$$

4. In una divisione tra polinomi il quoziente è $5x^2 + 3x - 4$, il divisore $x^2 + x + 1$ e il resto è $2x - 7$. Qual è il dividendo? ____________/2

$$D = Q \cdot d + R = (5x^2 + 3x - 4)(x^2 + x + 1) + 2x - 7 =$$
$$= 5x^4 + 5x^3 + 5x^2 + 3x^3 + 3x^2 + 3x - 4x^2 - 4x - 4 + 2x - 7 = 5x^4 + 8x^3 + 4x^2 + x - 11$$

5. Calcola il resto della seguente divisione, senza eseguire l'operazione:

$$[(x-4)^2\ (x+3)\ (2x-5)+(x-3)^2\,(x-2)^3]:(x-2)$$

___________/1

$$R=P(2)=(2-4)^2\ (2+3)\ (4-5)+(2-3)^2\ (2-2)^3=4\cdot 5\cdot(-1)=-20$$

6. Calcola il valore della seguente espressione:

$$[a^n-(a^{5n}+a^{4n}+2a^{3n}-a^{2n}+3a^n):(a^{3n}-a^n)]+(a^n-1)\ (a^n+1)$$

___________/2

$$\begin{array}{ccccc|c}
a^{5n} & a^{4n} & 2a^{3n} & -a^{2n} & -3a^n & a^{3n}-a^n \\ \cline{6-6}
-a^{5n} & & a^{3n} & & & a^{2n}+a^n+3 \\ \cline{1-5}
 & a^{4n} & 3a^{3n} & -a^{2n} & -3a^n & \\
 & -a^{4n} & & a^{2n} & & \\ \cline{2-5}
 & & 3a^{3n} & & -3a^n & \\
 & & -3a^{3n} & & 3a^n & \\ \cline{3-5}
 & & & & &
\end{array}$$

$$(a^n-a^{2n}-a^n-3)+a^{2n}-1=-a^{2n}-3+a^{2n}-1=-4$$

1		2		3	4	5	6
7	7	2	2,5	2	2	1	2

Totale punti 25,5. Sufficienza con punti 13,5.

BUON LAVORO!!!