



VERIFICA DI MATEMATICA

CLASSE 2[^]D – 6 Ottobre 2006

COGNOME _____ NOME _____

1. Siano dati gli insiemi $A = \{x \in N \mid 2 \leq x < 9\}$ e $B = \{x \in N \mid 3 \leq x \leq 11\}$. Sia data la relazione \mathcal{R} così definita: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow y = 2x + 1$. Costruisci il diagramma a frecce e determinarne dominio e codominio.

punti _____/1,5

2. Considera l'insieme $E = \{(a; b) \mid a, b \in N_0\}$. Dimostra che la relazione $(a; b) \mathcal{R} (c; d) \Leftrightarrow a d = b c$ è una relazione di equivalenza.

punti _____/2,5

3. Di quali proprietà gode la relazione \mathcal{R} definita da $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x$ è figlio di y ? Motiva la tua risposta.

punti _____/1,5

4. Nell'insieme $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ è definita la relazione $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x < y$. Dopo aver dimostrato che \mathcal{R} è una relazione di ordine, stabilisci se è di ordine largo o stretto, totale o parziale.

punti _____/2

5. Determina le proprietà di cui godono le seguenti relazioni definite in $A = \{a, b, c, d\}$, dopo averle rappresentate nel piano cartesiano:

$$\mathcal{R}_1 = \{(a, a); (a, b); (b, a); (b, b); (b, c); (c, b); (c, c); (d, d)\}$$

$$\mathcal{R}_2 = \{(a, a); (a, c); (b, d); (c, a); (c, c); (d, b); (d, d)\}$$

$$\mathcal{R}_3 = \{(a, b); (a, c); (a, d); (b, c); (b, d); (c, d)\}$$

punti _____/3

6. Dato il seguente dominio A, determina il codominio C delle seguenti funzioni:

a. $A = \{-3, 0, 3\}$ $f: x \rightarrow \frac{1}{x^2 - 4}$ C =

b. $A = \left\{-3, -1, 1, \frac{1}{3}\right\}$ $f: x \rightarrow \frac{x+2}{x}$ C =

punti _____/1,5

7. Determina il dominio delle seguenti funzioni:

$$y = \frac{5x^2 + 4}{x - 6} \quad y = \frac{(x - 7)^3}{18} \quad y = \frac{13}{x^2 + 7x + 12}$$

punti _____/1,5

8. La funzione $f: Z \rightarrow Z$ tale che $x \rightarrow x + 1$ è biunivoca? Motiva la tua risposta.

punti _____/1

9. Per la seguente coppia di funzioni, individua le due funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$:

$$f: x \rightarrow \frac{2}{x} \qquad g: x \rightarrow 4 - x^2$$

punti _____/1

10. Trova per quali valori di a e di b il polinomio $bx^3 + (a+b)x^2 + 2x + 7$ è identico al polinomio $5x^3 - 3x^2 + 2x + 7$.

punti _____/1,5

11. Determina per quale valore di x le seguenti funzioni hanno la stessa immagine:

$$f(x) = -x^3 + 5 \left(\frac{4}{5}x - 3 \right)^2 - 41 \qquad g(x) = (1-x)^3 + \frac{(x-10)^2}{5}$$

punti _____/2

12. Considera la funzione: $f(x) = \frac{3x^2 + 10x + 3}{3x^2 + 10x - 8}$.

- Determina il dominio di $f(x)$
- Determina l'immagine dello zero
- Verifica che non esiste la controimmagine di 1

punti _____/2,5

13. Determina, sia analiticamente che graficamente, il punto di intersezione fra $r: y = 3x + 4$ e $s: y = 2x - 2$

punti _____/2,5

Totale punti 24. Sufficienza con punti 13.

BUON LAVORO!!!

SOLUZIONE:

1. $D = \{2, 3, 4, 5\}$ e $C = \{5, 7, 9, 11\}$
2. Vedi esercizi svolti in classe
3. La relazione gode della proprietà antiriflessiva, perché nessuno è figlio di se stesso e antisimmetrica, perché se x è figlio di y , y non è sicuramente figlio di x .
4. È una relazione di ordine stretto e totale.
5. \mathcal{R}_1 = riflessiva e simmetrica
 \mathcal{R}_2 = simmetrica
 \mathcal{R}_3 = antiriflessiva, antisimmetrica e transitiva
6. $C = \left\{ \frac{1}{5}, -\frac{1}{4} \right\}$ e $C = \left\{ \frac{1}{3}, -1, 3, 7 \right\}$
7. $D = R - \{6\}$; $D = R$; $D = R - \{-3, -4\}$
8. La funzione è biunivoca, perché ad ogni intero posso associare il suo successivo e, viceversa, ad ogni intero posso associare il suo precedente.
9. $f \circ g: x \rightarrow \frac{2}{4 - x^2}$ e $g \circ f: x \rightarrow 4 - \frac{4}{x^2}$:
10. $a = -8$ $b = 5$
11. $x = -1$
12. $D = R - \left\{ \frac{2}{3}, -4 \right\}$ $f(0) = -\frac{3}{8}$
13. $A(-6, -14)$