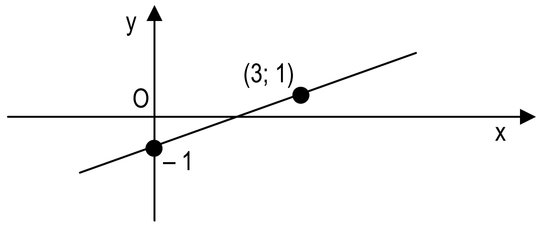
1. Scegli quale, fra le risposte date, è quella corretta:

1) Il punto d'incontro delle diagonali di un parallelogrammo ABCD di vertici A (– 3; – 1), B (2; 2), C (9; 1) e D (4; – 2) ha coordinate:

Ⓐ (0; 3) Ⓑ $\left(\frac{13}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ Ⓒ (3; 0) Ⓓ $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

2) Se la retta *y* = *mx* + *q* ha il grafico riportato a lato, quale delle seguenti affermazioni è vera?



Ⓐ *3 m – q = 0* Ⓑ *m = q*

Ⓒ *3 m = – 2 q* Ⓓ *m < q*

3) Se la retta di coefficiente angolare 1/2 passa per il punto (3; 1), allora deve passare anche per il punto:

Ⓐ (2; – 1) Ⓑ (1; 0) Ⓒ (– 2; – 2) Ⓓ (0; 4)

4) La retta $y - 2 = 3(x - 1)$ passa per (0; *n*). Qual è il valore di *n*?

Ⓐ – 1 Ⓑ – 4 Ⓒ – 2 Ⓓ 0

5) Qual è il coefficiente angolare della retta che passa per l'origine e per il punto (3; – 2)?

Ⓐ – 1,5 Ⓑ – 0,75 Ⓒ 1,5 Ⓓ $-0,\overline{6}$

6) La retta y = 2 x, la sua simmetrica rispetto all'asse y e una qualsiasi parallela rispetto all'asse x formano un triangolo:

Ⓐ equilatero Ⓑ rettangolo scaleno Ⓒ isoscele Ⓓ nessuno dei precedenti

7) La retta passante per il punto A (3; 1) che ha per coefficiente angolare ½ ha equazione:

Ⓐ $x - 2y + 1 = 0$ Ⓑ $x + 2y - 1 = 0$ Ⓒ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ Ⓓ $x - 2y + 5 = 0$

8) Solo una fra le seguenti coppie di rette ha come intersezione il punto A (1; –1)

Ⓐ $\begin{cases} 4x + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 1 - 2x \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} y - x + 2 = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} y + 1 = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

9) Il coefficiente angolare della retta che passa per i punti A (– 7; – 1) e B (1; 3) è:

Ⓐ $-\frac{3}{2}$ Ⓑ 2 Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ -3

10) Stabilisci per quale valore di *k* le rette $y - x + 3 = 0$ e $(2k - 1)\, y + x - 4k = 0$ sono parallele:

Ⓐ -1 Ⓑ 0 Ⓒ *nessun valore di k* Ⓓ 1

2. Trova il punto C, che sia equidistante dai due punti A (– 1; 2) e B (1; 3) e abbia l'ascissa doppia dell'ordinata.

Il punto C ha generiche coordinate $C(2y;\ y)$ (ovvero appartiene alla retta $x = 2y$), perciò mi basta un'altra condizione per determinarle. La condizione è l'equidistanza di C dai punti A e B, ovvero: $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, che è come dire: $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$.

$$(x_C + 1)^2 + (y_C - 2)^2 = (x_C - 1)^2 + (y_C - 3)^2$$

Sostituendo le generiche coordinate di C, la condizione diventa:

$$(2y+1)^2 + (y-2)^2 = (2y-1)^2 + (y-3)^2$$
$$4y^2 + 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 = 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 6y + 9$$
$$10y = 5 \qquad \Rightarrow \qquad y = \frac{1}{2}$$

$$C\left(1;\frac{1}{2}\right)$$

3. Un quadrato ha un vertice nel punto A (2; 3) e le diagonali si intersecano nel punto $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$[1]. Determina le coordinate degli altri vertici e la misura dell'area e del perimetro del quadrato.

Il punto di intersezione delle diagonali è anche il punto medio delle stesse, perciò posso determinare le coordinate del vertice C secondo le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{x_A + x_C}{2} = x_M \\ \dfrac{y_A + y_C}{2} = y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2 + x_C}{2} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{3 + y_C}{2} = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \quad C\,(1;0)$$

Posso determinare le coordinate del vertice B utilizzando due condizioni:

- ✓ le due diagonali sono perpendicolari, perciò dal coefficiente angolare della diagonale AC posso risalire al coefficiente angolare della retta BD e quindi all'equazione della retta BD, sapendo che passa per il punto M.

$$m_{\overline{AC}} = \frac{3-0}{2-1} = 3 \qquad \Rightarrow \qquad m_{\overline{BD}} = -\frac{1}{3}$$

$$BD:\ y - y_M = m_{\overline{BD}}\,(x - x_M) \qquad \Rightarrow \qquad y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right) \qquad \Rightarrow \qquad x + 3y - 6 = 0$$

Utilizzando l'appartenenza del punto B alla retta, ho la prima condizione: $x + 3y - 6 = 0$.

- ✓ dalla lunghezza della diagonale AC, che posso determinare, risalgo alla lunghezza del lato, sapendo che $\overline{AC} \cong \sqrt{2}\ \overline{CB}$.

$$\overline{AC} = \sqrt{(2-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{CB} = \frac{\overline{AC}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}.$$

In questo modo, ho la seconda condizione: $\overline{CB}^2 = 5 \quad \Rightarrow \quad (x-1)^2 + (y-0)^2 = 5$

Metto a sistema le condizioni ottenute:

$$\begin{cases} x = -3y + 6 \\ (x-1)^2 + (y-0)^2 = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -3y + 6 \\ (-3y + 6 - 1)^2 + y^2 = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -3y + 6 \\ 9y^2 - 30y + 25 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3y + 6 \\ y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases} \qquad y_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} \qquad \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ho quindi determinato le equazioni degli altri due vertici: $B\,(0;2)$ e $D\,(3;1)$.

Posso facilmente determinare l'area e il perimetro del quadrato, conoscendo la misura del lato AB: perimetro $4\sqrt{5}$ e area 5.

[1] Nello svolgimento dell'esercizio verrà indicato come punto M.