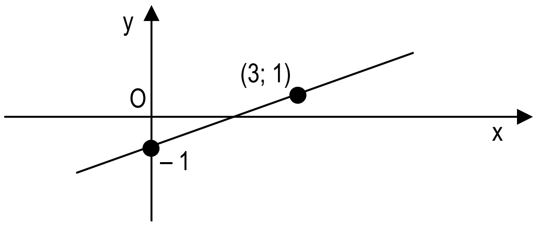
1. Scegli quale, fra le risposte date, è quella corretta:

1) Il punto d'incontro delle diagonali di un parallelogrammo ABCD di vertici A (– 3; – 1), B (2; 2), C (9; 1) e D (4; – 2) ha coordinate:

Ⓐ (3; 0) Ⓑ $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ Ⓒ (0; 3) Ⓓ $\left(\frac{13}{2};-\frac{1}{2}\right)$

2) Se la retta *y* = *mx* + *q* ha il grafico riportato a lato, quale delle seguenti affermazioni è vera?



Ⓐ $m < q$ Ⓑ $3m = -2q$

Ⓒ $m = q$ Ⓓ $3m - q = 0$

3) Se la retta di coefficiente angolare 1/2 passa per il punto (3; 1), allora deve passare anche per il punto:

Ⓐ (– 2; – 2) Ⓑ (0; 4) Ⓒ (1; 0) Ⓓ (2; – 1)

4) La retta $y - 2 = 3(x - 1)$ passa per (0; *n*). Qual è il valore di *n*?

Ⓐ 0 Ⓑ – 2 Ⓒ – 1 Ⓓ – 4

5) Qual è il coefficiente angolare della retta che passa per l'origine e per il punto (3; – 2)?

Ⓐ $-0{,}75$ Ⓑ $-0{,}\overline{6}$ Ⓒ $-1{,}5$ Ⓓ $1{,}5$

6) La retta y = 2 x, la sua simmetrica rispetto all'asse y e una qualsiasi parallela rispetto all'asse x formano un triangolo:

Ⓐ isoscele Ⓑ equilatero Ⓒ rettangolo scaleno Ⓓ nessuno dei precedenti

7) La retta passante per il punto A (3; 1) che ha per coefficiente angolare ½ ha equazione:

Ⓐ $x + 2y - 1 = 0$ Ⓑ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ Ⓒ $x - 2y + 5 = 0$ Ⓓ $x - 2y + 1 = 0$

8) Solo una fra le seguenti coppie di rette ha come intersezione il punto A (1; –1)

Ⓐ $\begin{cases} 4x + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 1 - 2x \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} y - x + 2 = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} y + 1 = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

9) Il coefficiente angolare della retta che passa per i punti A (– 7; – 1) e B (1; 3) è:

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $-\frac{3}{2}$ Ⓒ -3 Ⓓ 2

10) Stabilisci per quale valore di *k* le rette $y - x + 3 = 0$ e $(2k - 1)\, y + x - 4k = 0$ sono parallele:

Ⓐ 0 Ⓑ $nessun\ valore\ di\ k$ Ⓒ 1 Ⓓ -1

2. Trova il punto C, che sia equidistante dai due punti A (– 1; 2) e B (1; 3) e abbia l'ordinata doppia dell'ascissa.

Il punto C ha generiche coordinate $C(x;\,2x)$ (ovvero appartiene alla retta $y=2x$), perciò mi basta un'altra condizione per determinarle. La condizione è l'equidistanza di C dai punti A e B, ovvero: $\overline{AC}\cong\overline{BC}$, che è come dire: $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$.

$$(x_C+1)^2+(y_C-2)^2=(x_C-1)^2+(y_C-3)^2$$

Sostituendo le generiche coordinate di C, la condizione diventa:

$$(x+1)^2+(2x-2)^2=(x-1)^2+(2x-3)^2$$
$$x^2+2x+1+4x^2-8x+4=x^2-2x+1+4x^2-12x+9$$
$$8x=5 \quad\Rightarrow\quad x=\frac{5}{8} \qquad\qquad C\left(\frac{5}{8};\frac{5}{4}\right)$$

3. Un quadrato ha un vertice nel punto A (1; 0) e le diagonali si intersecano nel punto $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$[1]. Determina le coordinate degli altri vertici e la misura dell'area e del perimetro del quadrato.

Il punto di intersezione delle diagonali è anche il punto medio delle stesse, perciò posso determinare le coordinate del vertice C secondo le seguenti relazioni:

$$\begin{cases}\dfrac{x_A+x_C}{2}=x_M\\[2mm]\dfrac{y_A+y_C}{2}=y_M\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1+x_C}{2}=\dfrac{3}{2}\\[2mm]\dfrac{0+y_C}{2}=\dfrac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow\quad C\,(2;3)$$

Posso determinare le coordinate del vertice B utilizzando due condizioni:

- ✓ le due diagonali sono perpendicolari, perciò dal coefficiente angolare della diagonale AC posso risalire al coefficiente angolare della retta BD e quindi all'equazione della retta BD, sapendo che passa per il punto M.

$$m_{\overline{AC}}=\frac{3-0}{2-1}=3 \quad\Rightarrow\quad m_{\overline{BD}}=-\frac{1}{3}$$

$$BD:\; y-y_M=m_{\overline{BD}}(x-x_M) \quad\Rightarrow\quad y-\frac{3}{2}=-\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right) \quad\Rightarrow\quad x+3y-6=0$$

Utilizzando l'appartenenza del punto B alla retta, ho la prima condizione: $x+3y-6=0$.

- ✓ dalla lunghezza della diagonale AC, che posso determinare, risalgo alla lunghezza del lato, sapendo che $\overline{AC}\cong\sqrt{2}\,\overline{AB}$.

$$\overline{AC}=\sqrt{(2-1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10} \quad\Rightarrow\quad \overline{AB}=\frac{\overline{AC}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}.$$

In questo modo, ho la seconda condizione: $\overline{AB}^2=5 \quad\Rightarrow\quad (x-1)^2+(y-0)^2=5$

Metto a sistema le condizioni ottenute:

$$\begin{cases}x=-3y+6\\(x-1)^2+(y-0)^2=5\end{cases}\qquad\begin{cases}x=-3y+6\\(-3y+6-1)^2+y^2=5\end{cases}\qquad\begin{cases}x=-3y+6\\9y^2-30y+25+y^2=5\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-3y+6\\y^2-3y+2=0\end{cases}\qquad y_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}\qquad\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}\qquad\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$$

Ho quindi determinato le equazioni degli altri due vertici: $B\,(3;1)$ e $D\,(0;2)$.

Posso facilmente determinare l'area e il perimetro del quadrato, conoscendo la misura del lato AB: perimetro $4\sqrt{5}$ e area 5.

[1] Nello svolgimento dell'esercizio verrà indicato come punto M.