

## CINEMATICA UNIDIMENSIONALE

1. Un'auto in movimento viaggia a una velocità di 108 km/h. Se c'è un ostacolo a 130 m, supponendo che l'auto abbia una decelerazione costante di 3 m/s<sup>2</sup>, riesce a fermarsi in tempo?

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s} \qquad v = 0 \text{ m/s} \qquad a = -3 \text{ m/s}^2 \qquad s ?$$

Secondo le equazioni del moto uniformemente accelerato:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-(30 \text{ m/s})^2}{2(-3 \text{ m/s}^2)} = 150 \text{ m} \qquad \text{NO}$$

2. Un sasso è lanciato dal suolo verso l'alto e raggiunge un'altezza di 20 m. Con quale velocità iniziale è stato lanciato?

$$v = 0 \text{ m/s} \qquad h = 20 \text{ m} \qquad v_0 ?$$

Per le equazioni del moto uniformemente accelerato:  $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

Da cui si ricava:

$$v_0^2 = -2as \Rightarrow v_0 = \sqrt{-2as} = \sqrt{-2 \cdot (-9,81 \text{ m/s}^2) \cdot 20 \text{ m}} = 19,81 \text{ m/s}$$

## CALCOLO VETTORIALE

3. Dati due vettori  $\vec{a} = 2\hat{x} + 4\hat{y}$  e  $\vec{b} = 3\hat{x} - 2\hat{y}$ , determina graficamente e analiticamente la loro somma. Che angolo forma il vettore risultante con l'asse delle x? Quanto vale il suo modulo?

Determino innanzi tutto le componenti del vettore somma:

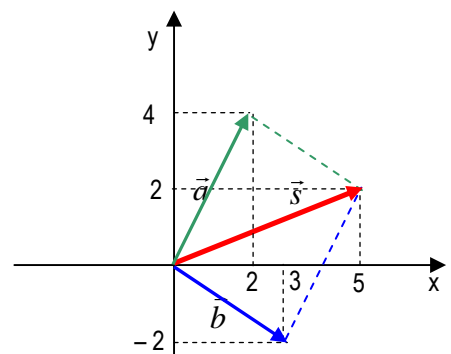
$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = 2\hat{x} + 4\hat{y} + (3\hat{x} - 2\hat{y}) = 5\hat{x} + 2\hat{y}$$

Determino il modulo del vettore somma:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = 5,39$$

Determino l'angolo che il vettore somma forma con la direzione positiva dell'asse x:

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{s_y}{s_x} = 21^\circ 48' 5''$$



## MOTO CIRCOLARE UNIFORME

4. Un ragazzo fa ruotare una fune lunga 1,5 m su un piano orizzontale con la frequenza di 2 giri al secondo. Calcola la velocità angolare e l'accelerazione cui è sottoposto un piccolo sasso legato alla fune.

$$r = 1,5 \text{ m} \qquad f = 2 \text{ Hz} \qquad a? \qquad \omega?$$

Determino la velocità angolare:  $\omega = 2\pi f = 12,57 \text{ rad/s}$

Calcolo poi l'accelerazione centripeta:  $a = \omega^2 r = 4\pi^2 f^2 r = 236,87 \text{ m/s}^2$

## DINAMICA

5. Un motore fornisce una forza di 2000 N. Se mette in movimento un corpo di massa 1000 kg, determina la velocità raggiunta dal corpo dopo 10 s.

Se considero l'espressione della velocità finale in funzione di tempo e accelerazione:  $v = v_0 + at$

Essendo la velocità iniziale nulla:  $v = at$

Per il secondo principio della dinamica,  $F = ma$  perciò:  $a = \frac{F}{m}$  e sostituendo:

$$v = \frac{F}{m} t = \frac{2000 \text{ N}}{1000 \text{ kg}} \cdot 10 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

6. Sulla Luna, un oggetto di massa 10 kg cade da 30 m. Quanto vale la forza peso alla quale è soggetto?

La forza cui è soggetto è la forza peso, data da:  $P = m g_L$

Essendo l'accelerazione di gravità sulla Luna un sesto di quella sulla Terra:  $P = \frac{1}{6} m g_T = 16,35 \text{ N}$

7. Due ragazzi di massa uno doppia dell'altro si spingono su un lago ghiacciato. Supponendo trascurabile l'attrito, se l'accelerazione del ragazzo di massa maggiore vale  $2 \text{ m/s}^2$ , quanto vale l'accelerazione del secondo ragazzo?

Per il terzo principio della dinamica, il primo ragazzo applica una forza  $F$  al secondo ragazzo e il secondo risponde con una forza uguale in modulo e direzione, opposta in verso, perciò:  $F_2 = F_1$  in modulo.

Per il secondo principio della dinamica:  $F_1 = m_1 a_1$  e  $F_2 = m_2 a_2$

Perciò:  $m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{m_1}{m_2} a_1$

Sapendo, dal testo, che:  $m_1 = 2 m_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2 m_2}{m_2} a_1 = 2 a_1 = 4 \text{ m/s}^2$

Le due accelerazioni avranno la stessa direzione ma verso opposto, esattamente con le forze applicate.

### MOTO LUNGO UN PIANO INCLINATO

8. Un corpo scivola lungo un piano inclinato di  $30^\circ$  senza attrito. Calcola il tempo che impiega il corpo a percorrere il piano lungo 2 m e la velocità con cui arriva al suolo.

Per la legge del piano inclinato:  $a = g \operatorname{sen} \alpha$

Per la legge oraria del moto uniformemente accelerato:  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Essendo nulle sia la velocità iniziale che lo spazio iniziale, ed essendo  $l$  la lunghezza del piano:  $l = \frac{1}{2} a t^2$

equazione dalla quale ricaviamo il tempo:  $t^2 = \frac{2l}{a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l}{g \operatorname{sen} \alpha}} = 0,90 \text{ s}$

Per determinare la velocità finale, applico la legge della velocità in funzione del tempo e dell'accelerazione:

$$v = v_0 + a t = 4,43 \text{ m/s}$$

### MOTO DEL PROIETTILE

9. Un sasso è lanciato da una casa alta 20 m con velocità orizzontale pari a 10 m/s. Dopo aver scritto le equazioni del moto e della traiettoria, calcolane la gittata.

Il moto in questione è un moto parabolico, composto da un moto rettilineo uniforme secondo la direzione orizzontale e un moto rettilineo uniformemente accelerato, secondo la direzione verticale:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \text{Ricavo } t \text{ dalla prima equazione e lo sostituisco nella seconda:} \quad \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = -\frac{g}{2 v_0^2} x^2 + h \end{cases}$$

Utilizzo l'equazione della parabola così ottenuta per calcolare la gittata, mettendo a sistema la sua equazione con quella dell'asse x:

$$\begin{cases} y = -\frac{g}{2 v_0^2} x^2 + h \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{g}{2 v_0^2} x^2 + h = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2h}{g} v_0^2} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

E sostituendo i valori numerici:  $x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 20,19 \text{ m}$

### FORZA CENTRIPETA

10. Calcola la forza necessaria per far ruotare con la frequenza di 1 giro al secondo un sasso di massa 500 g legato a una fune lunga 2 m.

$$f = 1 \text{ Hz} \quad m = 0,5 \text{ kg} \quad r = 2 \text{ m} \quad F ?$$

Per il secondo principio della dinamica,  $F = m a$  e considerando l'accelerazione centripeta:

$$F = m a = m \frac{v^2}{r} = m \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 4\pi^2 m r f^2 = 34,48 \text{ N}$$