1. Una trottola di diametro 20 cm gira su se stessa con una frequenza di 84 giri al minuto. Determina la sua velocità tangenziale, la velocità angolare e l'accelerazione.

$r = 10\ cm = 0{,}1\ m$
$f = 84\ giri/\min = 1{,}4\ giri/s \qquad v\ ? \qquad \omega\ ? \qquad a\ ?$

Applicando le formule dirette:

$$v = 2\pi r f = \boxed{0{,}88\ m/s}$$
$$\omega = 2\pi f = \boxed{8{,}80\ rad/s}$$
$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 4\pi^2 r f^2 = \boxed{7{,}74\ m/s^2}$$

2. Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio 20 cm e con una velocità tangenziale di 6,28 m/s. Calcola la frequenza e il numero di giri completi compiuti in 20 s.

$r = 20\ cm = 0{,}2\ m \qquad v = 6{,}28\ m/s \qquad \Delta t = 20\,s \qquad f\ ? \qquad N\ ?$

Determino la frequenza, a partire dal raggio e dalla velocità tangenziale:

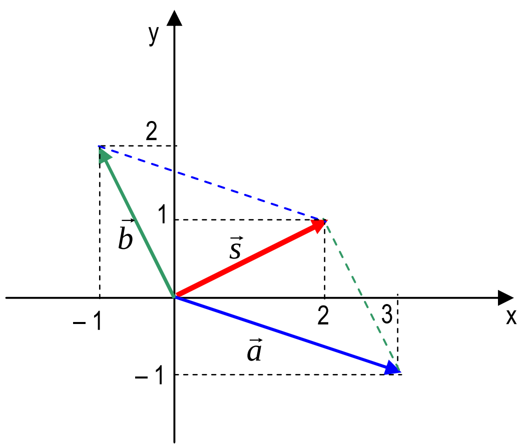
$$v = 2\,\pi\,r\,f \qquad \Rightarrow \qquad f = \frac{v}{2\pi r} = \boxed{5{,}00\ Hz}$$

Per determinare il numero di giri, ricordo che: $N = f \cdot \Delta t = \dfrac{v}{2\,\pi\,r} \cdot \Delta t = \boxed{99{,}95\ giri}$

3. Data la coppia di vettori: $\vec{a} = 3\hat{x} - \hat{y}$ e $\vec{b} = -\hat{x} + 2\hat{y}$, rappresentali nel piano cartesiano, rappresenta la somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ e determina modulo e direzione del vettore somma rispetto agli assi cartesiani.

Determino innanzi tutto le componenti del vettore somma:

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = 3\hat{x} - \hat{y} + (-\hat{x} + 2\hat{y}) = \boxed{2\hat{x} + \hat{y}}$$



Determino il modulo del vettore somma:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \boxed{2{,}24}$$

Determino l'angolo che il vettore somma forma con la direzione positiva dell'asse x:

$$\alpha = arc\ tg\ \frac{s_y}{s_x} = \boxed{26°\ 33'\ 54''}$$

4. Determina le componenti del vettore $\vec{b}$, sapendo che $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$ e che $\vec{a} = 3\hat{x} - \hat{y}$ e $\vec{d} = 3\hat{x} + \hat{y}$.

Sapendo che $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$, posso ricavare $\vec{b}$: $\vec{b} = \vec{d} + \vec{a}$

Cioè: $\vec{b} = \vec{d} + \vec{a} = 3\hat{x} - \hat{y} + 3\hat{x} + \hat{y} = \boxed{6\hat{x}}$

5. Un'automobile viaggia alla velocità di 36 km/h. Premendo il pedale dell'acceleratore per 10 s la velocità arriva con accelerazione costante a 108 km/h. Determina l'accelerazione e lo spazio percorso dall'automobile nell'intervallo di tempo considerato. Determina la relazione tra la velocità e il tempo e la relazione tra lo spazio e il tempo. Raddoppiando l'accelerazione, nello stesso tempo quanto spazio percorre l'automobile?

$v_0 = 36\ km/h = 10\ m/s$ $\quad t = 10\ s$ $\quad v = 108\ km/h = 30\ m/s$ $\quad a_1\ ?$ $\quad s_1\ ?$

$a_2 = 2\ a_1$ $\quad s_2\ ?$

Conoscendo le due velocità e il tempo, posso determinare l'accelerazione:

$$v = v_0 + a\,t \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v - v_0}{t} = \boxed{2\ m/s^2}$$

Per determinare lo spazio percorso: $s = \dfrac{v + v_0}{2} \cdot t = \boxed{200\ m}$

Le due relazioni richieste sono: $v = v_0 + a\,t \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 10 + 2t}$

$$s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{s = 10\,t + t^2}$$

Se $a_2 = 2\ a_1$, dato che: $s_2 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a_2} = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot 2\ a_1} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a_1} = \dfrac{1}{2}\,s_1$ Facendo i calcoli: $\boxed{s_2 = 100\ m}$

6. Un corpo si muove lungo l'asse *x* con legge oraria $s = 2t^2 + 3\,t$ con lo spazio s espresso in metri e il tempo t in secondi. Determina la velocità in funzione del tempo e rappresenta tale relazione in un grafico velocità-tempo. Calcola la distanza percorsa dal corpo in mezzo minuto e il tempo impiegato per raggiungere una velocità di 45 km/h.

Trattandosi di moto uniformemente accelerato vale la legge oraria:

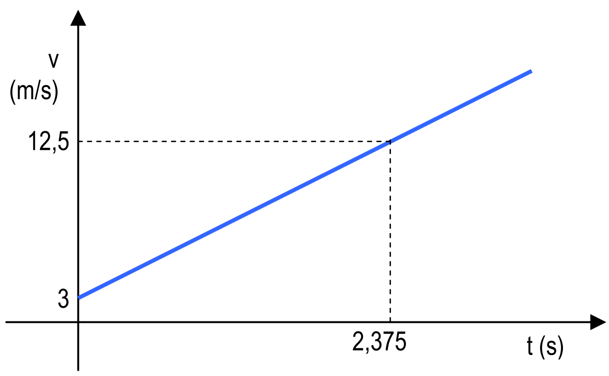
$$s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

Perciò: $v_0 = 3\ m/s$

$a = 4\ m/s^2$

Possiamo quindi ricavare la velocità in funzione del tempo:

$$v = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 3 + 4t}$$



Dalla legge oraria posso ricavare lo spazio percorso in mezzo minuto, ovvero in 30 s:

$$s = 2t^2 + 3\,t = \boxed{1890\ m}$$

Per raggiungere la velocità di 45 km/h, ovvero di 12,5 m/s, applico la relazione della velocità, ma facendone la formula inversa per ricavare il tempo:

$$v = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \boxed{2,375\ s}$$