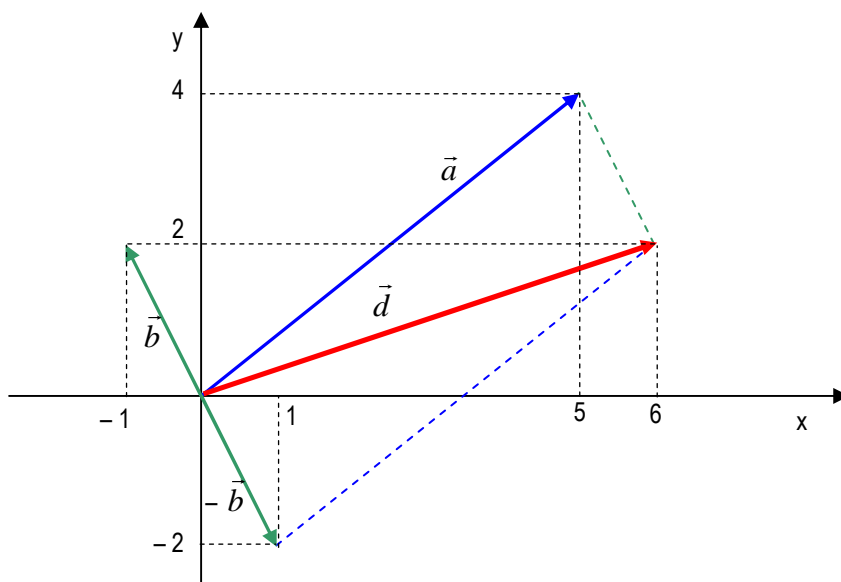


1. Data la coppia di vettori: $\vec{a} = 5\hat{x} + 4\hat{y}$ e $\vec{b} = -\hat{x} + 2\hat{y}$, rappresentali nel piano cartesiano, rappresenta la differenza $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ e determina modulo e direzione del vettore differenza rispetto agli assi cartesiani.

Determino innanzi tutto le componenti del vettore differenza:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = 5\hat{x} + 4\hat{y} - (-\hat{x} + 2\hat{y}) = 6\hat{x} + 2\hat{y}$$

Rappresento i vettori:



Determino il modulo del vettore differenza: $|\vec{d}| = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = 6,32$

Determino l'angolo che il vettore differenza forma con la direzione positiva dell'asse x: $\alpha = \text{arc tg } \frac{d_y}{d_x} = 18^\circ 26' 6''$

2. Determina le componenti del vettore \vec{b} , sapendo che $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$ e che $\vec{a} = 2\hat{x}$ e $\vec{d} = 3\hat{x} + \hat{y}$.

Sapendo che $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$, posso ricavare \vec{b} : $\vec{b} = \vec{d} + \vec{a}$

Cioè: $\vec{b} = \vec{d} + \vec{a} = 3\hat{x} + \hat{y} + 2\hat{x} = 5\hat{x} + \hat{y}$

3. Nella gabbia di un criceto c'è una ruota girevole con un raggio pari a 10 cm. Il criceto la spinge in modo da fare 36 giri al minuto. Determina la sua velocità tangenziale, la velocità angolare e l'accelerazione.

$r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

$f = 36 \text{ giri/min} = 0,6 \text{ giri/s}$ $v ?$ $\omega ?$ $a ?$

Applicando le formule dirette:

$v = 2\pi r f = 0,38 \text{ m/s}$

$\omega = 2\pi f = 3,77 \text{ rad/s}$

$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 4\pi^2 r f^2 = 1,42 \text{ m/s}^2$

4. Una pattinatrice ruota su se stessa compiendo 42 giri al minuto. Se l'accelerazione centripeta dei gomiti della pattinatrice è $5,8 \text{ m/s}^2$, qual è la distanza tra i gomiti?

$$f = 42 \text{ giri/min} = 0,7 \text{ giri/s} \qquad a = 5,8 \text{ m/s}^2 \qquad d ?$$

Determino il raggio, ovvero la metà della distanza richiesta:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 4\pi^2 r f^2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{a}{4\pi^2 f^2} = 0,30 \text{ m}$$

Perciò: $d = 2r = 0,60 \text{ m}$

5. Un'automobile rallenta con un'accelerazione di -3 m/s^2 e si ferma in 200 m. Calcola il tempo di arresto dell'automobile e la velocità iniziale dell'automobile. Quando dovrebbe valere l'accelerazione affinché l'automobile si arresti nella metà del tempo a partire dalla stessa velocità iniziale?

$$a_1 = -3 \text{ m/s}^2 \qquad s = 200 \text{ m} \qquad v = 0 \text{ m/s} \qquad v_0 ? \qquad t_1 ?$$

$$t_2 = \frac{1}{2} t_1 \qquad a_2 ?$$

Conoscendo, accelerazione, spazio di frenata e velocità finale, con l'inverso della formula: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_1}$

posso ricavare la velocità iniziale: $v_0^2 = v^2 - 2a_1 s \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{v^2 - 2a_1 s} = 34,64 \text{ m/s}$

Dalla formula della velocità: $v = v_0 + a_1 t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v - v_0}{a_1} = 11,55 \text{ s}$

Se $t_2 = \frac{1}{2} t_1 \quad v = v_0 + a_2 t_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 + a_2 t_2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = -a_2 t_2 = -a_2 \frac{1}{2} t_1 = -\frac{a_2 t_1}{2}$

Ma, siccome la velocità iniziale non cambia, vale anche: $v_0 = -a_1 t_1 \quad \Rightarrow \quad -a_1 t_1 = -\frac{a_2 t_1}{2} \quad \Rightarrow \quad a_2 = 2a_1$

Ovvero, dimezzando il tempo, raddoppio l'accelerazione, perché c'è una dipendenza di inversa proporzionalità tra le due grandezze, perciò: $a_2 = -6 \text{ m/s}^2$

6. Un corpo si muove con velocità espressa in funzione del tempo dalla relazione $v = 5 - t$, con la velocità v misurata in m/s e il tempo t in secondi. Quanto vale la velocità iniziale? Quanto vale l'accelerazione? Cosa succede al corpo al passare del tempo? Rappresenta il diagramma velocità-tempo definito dall'equazione e calcola lo spazio percorso dal corpo prima di fermarsi.

La legge $v = 5 - t$ è, in forma generale: $v = v_0 + a t$, perciò: $v_0 = 5 \text{ m/s}$ e $a = -1 \text{ m/s}^2$.

Avendo un'accelerazione negativa, il corpo sta rallentando.

Trattandosi di moto uniformemente accelerato, determino lo spazio percorso come area sottesa dal grafico:

$$s = \frac{v_0 t}{2} = \frac{5 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s}}{2} = 12,5 \text{ m}$$

