

1. Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio 20 cm con frequenza 5,0 Hz. Calcola la velocità tangenziale, l'accelerazione centripeta e il numero di giri completi compiuti in 20 s.

$$r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \qquad f = 5,0 \text{ Hz} \qquad \Delta t = 20 \text{ s} \qquad v ? \qquad a ? \qquad N ?$$

Calcolo innanzi tutto la velocità tangenziale secondo la formula: $v = 2\pi r f = 6,28 \text{ m/s}$

L'accelerazione centripeta vale: $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 4\pi^2 r f^2 = 197,39 \text{ m/s}^2$

Per determinare il numero di giri $N = f \cdot \Delta t = 100 \text{ giri}$

2. Un vecchio disco in vinile ha una circonferenza di 53 cm e contiene una canzone di durata pari a 3,0 min. Per ascoltarla, il disco deve compiere 135 giri. Calcola il modulo della velocità tangenziale e angolare di un punto che si trova sul bordo della circonferenza.

$$2\pi r = 53 \text{ cm} = 0,53 \text{ m} \qquad \Delta t = 3,0 \text{ min} = 180 \text{ s} \qquad N = 135 \text{ giri} \qquad v ?$$

La velocità di un punto che si trova sul bordo della circonferenza è costante e si calcola come: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Siccome $\Delta s = N \cdot 2\pi r$ $v = \frac{N \cdot 2\pi r}{\Delta t} = 0,3975 \text{ m/s}$

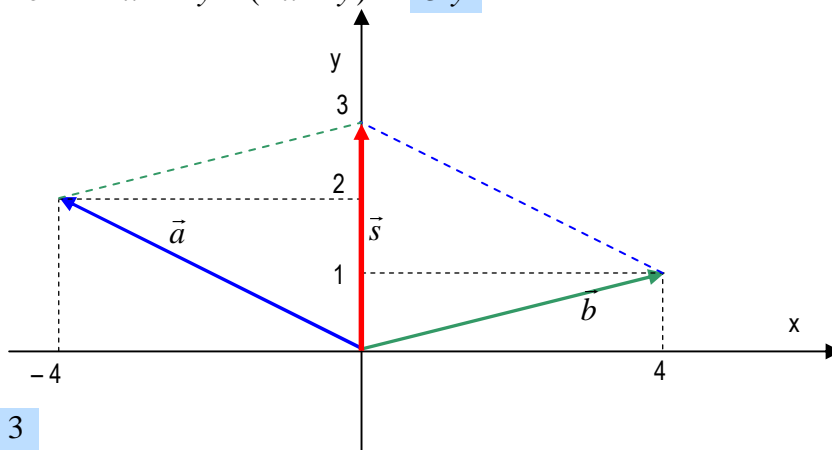
La velocità angolare si calcola come $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ma $T = \frac{\Delta t}{N}$ perciò: $\omega = \frac{2\pi N}{\Delta t} = 4,71 \text{ rad/s}$

3. Data la coppia di vettori: $\vec{a} = -4\hat{x} + 2\hat{y}$ e $\vec{b} = 4\hat{x} + \hat{y}$, rappresentali nel piano cartesiano, rappresenta la somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ e determinane modulo e direzione rispetto agli assi.

Determino innanzi tutto le componenti del vettore somma:

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = -4\hat{x} + 2\hat{y} + (4\hat{x} + \hat{y}) = 3\hat{y}$$

Rappresento i vettori:



Determino il modulo del vettore somma:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \text{ ovvero } |\vec{s}| = |s_y| = 3$$

Dal grafico posso notare facilmente che l'angolo che il vettore forma con la direzione positiva dell'asse x è: 90°

4. Determina le componenti del vettore \vec{a} , sapendo che $\vec{s} = \vec{b} + \vec{a}$ e che $\vec{b} = 3\hat{x} + \hat{y}$ e $\vec{s} = 5\hat{x} - 2\hat{y}$.

Sapendo che $\vec{s} = \vec{b} + \vec{a}$, posso ricavare \vec{a} : $\vec{a} = \vec{s} - \vec{b}$

Cioè: $\vec{a} = \vec{s} - \vec{b} = 5\hat{x} - 2\hat{y} - (3\hat{x} + \hat{y}) = 2\hat{x} - 3\hat{y}$

5. Uno scooter viaggia alla velocità di 45 km/h e, quando è a 25 m da un semaforo, questo diventa rosso. Il ragazzo che guida lo scooter rallenta con un'accelerazione costante di $-2,5 \text{ m/s}^2$. Quanto tempo impiega a fermarsi? Riesce a fermarsi prima di oltrepassare la linea del semaforo? Quanto dovrebbe valere l'accelerazione per fermarsi sulla linea del semaforo?

$v_0 = 45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$	$\Delta s = 25 \text{ m}$	$a_1 = -2,5 \text{ m/s}^2$	$v = 0 \text{ m/s}$
			$t ? \quad s_1 ?$
$s_2 = 25 \text{ m}$	$v_0 = 45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$	$v = 0 \text{ m/s}$	$t \quad a_2 ?$

Dalla relazione: $v = v_0 + a_1 t$ ricavo il tempo: $t = \frac{v - v_0}{a_1} = 5 \text{ s}$

Ricavo inoltre lo spazio di frenata: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_1} = 31,25 \text{ m}$ Lo scooter oltrepassa la linea del semaforo

Per calcolare il valore dell'accelerazione nel caso in cui lo scooter riesca a fermarsi, applico l'inversa della formula precedente:

$$a_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2s_2} = -3,125 \text{ m/s}^2$$

6. Un corpo si muove lungo l'asse x con legge oraria $s = t^2 + 3t$ con lo spazio s espresso in metri e il tempo t in secondi. Determina la velocità in funzione del tempo e rappresenta tale relazione in un grafico velocità-tempo. Calcola la distanza percorsa dal corpo in mezzo minuto e il tempo impiegato per raggiungere una velocità di 54 km/h.

Trattandosi di moto uniformemente accelerato vale la legge oraria: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Perciò ricaviamo i dati: $v_0 = 3 \text{ m/s}$ $a = 2 \text{ m/s}^2$

Possiamo ricavare la velocità in funzione del tempo: $v = v_0 + at \Rightarrow v = 3 + 2t$

Dalla legge oraria posso ricavare lo spazio percorso in mezzo minuto, ovvero in 30 s:

$$s = t^2 + 3t = 990 \text{ m}$$

Per raggiungere la velocità di 54 km/h, ovvero di 15 m/s, applico la relazione della velocità, ma facendone la formula inversa per ricavare il tempo:

$$v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = 6 \text{ s}$$

