1. Un vecchio disco in vinile ha una circonferenza di 53 cm e contiene una canzone di durata pari a 3,0 min. Per ascoltarla, il disco deve compiere 135 giri. Calcola il modulo della velocità tangenziale e angolare di un punto che si trova sul bordo della circonferenza.

$2\pi r = 53\ cm = 0{,}53\ m \qquad \Delta t = 3{,}0 \min = 180\ s \qquad N = 135\ giri \qquad v\ ?$

La velocità di un punto che si trova sul bordo della circonferenza è costante e si calcola come: $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

Siccome $\Delta s = N \cdot 2\pi r$ $\qquad v = \dfrac{N \cdot 2\pi r}{\Delta t} = \boxed{0{,}3975\ m/s}$

La velocità angolare si calcola come $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ ma $T = \dfrac{\Delta t}{N}$ perciò:

$$\omega = \frac{2\pi N}{\Delta t} = \boxed{4{,}71\ rad/s}$$

2. Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio 20 cm con frequenza 5,0 Hz. Calcola la velocità tangenziale, l'accelerazione centripeta e il numero di giri completi compiuti in 20 s.

$r = 20\ cm = 0{,}2\ m \qquad f = 5{,}0\ Hz \qquad \Delta t = 20\,s$

$v\ ? \qquad a\ ? \qquad N\ ?$

Calcolo innanzi tutto la velocità tangenziale secondo la formula: $v = 2\pi r f = \boxed{6{,}28\ m/s}$

L'accelerazione centripeta vale: $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(2\pi r f)^2}{r} = 4\pi^2 r f^2 = \boxed{197{,}39\ m/s^2}$

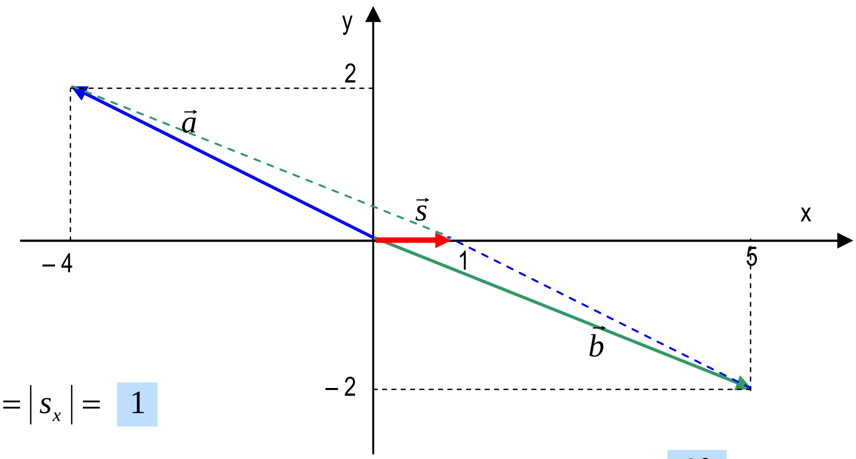
Per determinare il numero di giri $N = f \cdot \Delta t = \boxed{100\ giri}$

3. Data la coppia di vettori: $\vec{a} = -4\hat{x} + 2\hat{y}$ e $\vec{b} = 5\hat{x} - 2\hat{y}$, rappresentali nel piano cartesiano, rappresenta la somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ e determinane modulo e direzione rispetto agli assi.

Determino innanzi tutto le componenti del vettore somma:

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = -4\hat{x} + 2\hat{y} + (5\hat{x} - 2\hat{y}) = \boxed{\hat{x}}$$

Rappresento i vettori:



Determino il modulo del vettore somma:

$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$ ovvero $|\vec{s}| = |s_x| = \boxed{1}$

Dal grafico posso notare facilmente che l'angolo che il vettore forma con la direzione positiva dell'asse x è: $\boxed{0°}$

4. Determina le componenti del vettore $\vec{b}$, sapendo che $\vec{s} = \vec{b} + \vec{a}$ e che $\vec{a} = 3\hat{x} + \hat{y}$ e $\vec{s} = 5\hat{x} - 2\hat{y}$.

Sapendo che $\vec{s} = \vec{b} + \vec{a}$, posso ricavare $\vec{b}$: $\vec{b} = \vec{s} - \vec{a}$

Cioè: $\vec{b} = \vec{s} - \vec{a} = 5\hat{x} - 2\hat{y} - (3\hat{x} + \hat{y}) = 2\hat{x} - 3\hat{y}$

5. Uno scooter viaggia alla velocità di 54 km/h e, quando è a 25 m da un semaforo, questo diventa rosso. Il ragazzo che guida lo scooter rallenta con un'accelerazione costante di – 3 m/s². Quanto tempo impiega a fermarsi? Riesce a fermarsi prima di oltrepassare la linea del semaforo? Quanto dovrebbe valere l'accelerazione per fermarsi sulla linea del semaforo?

$v_0 = 54\ km/h = 15\ m/s$ $\quad \Delta s = 25\ m$ $\quad a_1 = -3\ m/s^2$ $\quad v = 0\ m/s$ $\quad t\ ?$ $\quad s_1\ ?$

$s_2 = 25\ m$ $\quad v_0 = 54\ km/h = 15\ m/s$ $\quad v = 0\ m/s$ $\quad t$ $\quad a_2\ ?$

Dalla relazione: $v = v_0 + a_1 t$ ricavo il tempo: $t = \dfrac{v - v_0}{a_1} = 5\,s$

Ricavo inoltre lo spazio di frenata: $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a_1} = 37{,}5\ m$ Lo scooter oltrepassa la linea del semaforo

Per calcolare il valore dell'accelerazione nel caso in cui lo scooter riesca a fermarsi, applico l'inversa della formula precedente:

$$a_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2s_2} = -4{,}5\ m/s^2$$

6. Un corpo si muove lungo l'asse *x* con legge oraria $s = t^2 + 2\,t$ con lo spazio s espresso in metri e il tempo t in secondi. Determina la velocità in funzione del tempo e rappresenta tale relazione in un grafico velocità-tempo. Calcola la distanza percorsa dal corpo in mezzo minuto e il tempo impiegato per raggiungere una velocità di 54 km/h.

Trattandosi di moto uniformemente accelerato vale la legge oraria: $s = s_0 + v_0\,t + \dfrac{1}{2}a\,t^2$

Perciò ricaviamo i dati: $v_0 = 2\ m/s$ $\quad a = 2\ m/s^2$

Possiamo ricavare la velocità in funzione del tempo: $v = v_0 + a\,t \Rightarrow v = 2 + 2t$

Dalla legge oraria posso ricavare lo spazio percorso in mezzo minuto, ovvero in 30 s:

$$s = t^2 + 2\,t = 960\ m$$

Per raggiungere la velocità di 54 km/h, ovvero di 15 m/s, applico la relazione della velocità, ma facendone la formula inversa per ricavare il tempo:

$$v = v_0 + a\,t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = 6{,}5\ s$$