

1. Un proiettile viene sparato con velocità di modulo 324 km/h, con direzione 40° rispetto all'orizzontale. Calcola la sua gittata. Se fosse sparato con una direzione di 45° rispetto all'orizzontale, la sua gittata sarebbe maggiore, minore o uguale rispetto al caso precedente?

$$v_0 = 324 \text{ km/h} = 90 \text{ m/s}$$

Quando si spara un proiettile, esso compie una traiettoria parabolica, risultato della composizione di due moti indipendenti: uno rettilineo uniforme, per quanto riguarda la componente orizzontale, e uno rettilineo uniformemente accelerato, per quanto riguarda la componente verticale e le cui equazioni sono:

$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Ricavando il tempo nella prima equazione e sostituendolo nella seconda, otteniamo:

$$y = -\frac{g}{2 v_{0x}^2} x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x \quad \text{che è l'equazione di una parabola, passante per l'origine degli assi.}$$

Mettendo a sistema l'equazione della parabola con quella dell'asse x , possiamo determinare la generica gittata, che si ottiene risolvendo la seguente equazione:

$$x \left(-\frac{g}{2 v_{0x}^2} x + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \begin{cases} 0 & \text{corrispondente al punto di partenza} \\ \frac{2 v_{0y} v_{0x}}{g} & \text{la gittata} \end{cases}$$

Sostituendo alla generica gittata i dati forniti dal testo, otteniamo:

$$x = \frac{2 v_{0y} v_{0x}}{g} = \frac{2 \cdot 90 \text{ m/s} \cos 40^\circ \cdot 90 \text{ m/s} \sin 40^\circ}{9,81 \text{ m/s}^2} = 813,14 \text{ N}$$

Se fosse sparato con una direzione di 45° rispetto all'orizzontale, la sua gittata sarebbe maggiore rispetto al caso precedente, in quanto i proiettili hanno gittata massima (a parità di velocità) per un angolo di 45° rispetto all'orizzontale.

2. Due persone stanno trainando un oggetto di massa 50 kg, per fargli compiere uno spostamento in direzione Nord. Entrambe applicano una forza di 10 N: la prima formando un angolo di 60° con la direzione Nord, spostato verso Ovest, la seconda formando lo stesso angolo ma verso Est. Calcola il modulo dell'accelerazione che viene impressa all'oggetto.

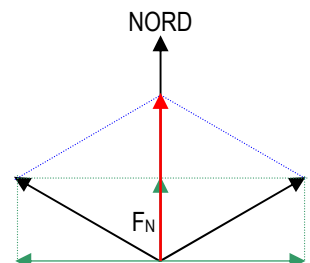
Per determinare la forza che agisce, devo sommare le due forze: in altre parole, sommo la componente della forza lungo la direzione Nord, perché le altre due componenti (quella verso Ovest per la prima e quella verso Est per la seconda) si annullano, in quanto uguali ed opposte (come mostrato dal disegno). Ricavo perciò la componente della forza nella direzione Nord:

$$F_N = F \cos 60^\circ = 5 \text{ N}$$

Perciò la forza totale nella direzione Nord è $2 F_N = 10 \text{ N}$.

Per determinare l'accelerazione dell'oggetto, applico il secondo principio della dinamica, secondo il quale: $F = m a$.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 0,2 \text{ m/s}^2$$



3. Due proiettili che hanno massa 500 g e 1 kg sono sparati da terra con la stessa velocità iniziale, che forma un angolo di 30° con l'orizzontale. Quale dei due ha la maggiore gittata? Motiva la tua risposta.

I due proiettili arrivano a terra con la stessa gittata, perché la massa non influisce sul loro movimento, non essendo specificata la

resistenza dell'aria. Infatti avranno entrambi equazioni: $\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$, da cui si ricava la stessa gittata.

4. Un oggetto di massa 3 kg ruota su un'orbita di raggio 15 km con una frequenza di 0,01 Hz. Calcola la forza centripeta che lo mantiene in movimento.

Posso calcolare la forza centripeta tenendo presente il secondo principio della dinamica – $F = m a$ – la formula dell'accelerazione

centripeta di un corpo che si muove di moto circolare uniforme – $a = \frac{v^2}{r}$ – e la formula della velocità tangenziale: $v = 2\pi r f$,

essendo f la frequenza:

$$F = m a = m \frac{v^2}{r} = m \frac{(2\pi r f)^2}{r} = m (2\pi)^2 r f^2 = 177,65 \text{ N}$$

5. Un corpo di massa 2 kg si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio 1 m. Per quale valore della frequenza f la corrispondente forza centripeta risulta pari a 4,4 N? Se raddoppio la massa dell'oggetto, come varia la frequenza? E se raddoppio il raggio?

Per quanto detto nell'esercizio precedente, la forza centripeta è espressa nel seguente modo: $F = m (2\pi)^2 r f^2$

da cui posso ricavare la frequenza f : $f = \sqrt{\frac{F}{m (2\pi)^2 r}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{F}{m r}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4,4 \text{ N}}{2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}}} = 0,24 \text{ Hz}$

Sia che raddoppi la massa dell'oggetto, sia che raddoppi il raggio della traiettoria, la frequenza diminuisce di un fattore $\sqrt{2}$, dato

che è inversamente proporzionale sia a \sqrt{m} che a \sqrt{r} .

6. Con una forza orizzontale si trascina una cassetta di piastrelle di massa 50 kg, inizialmente ferma, su di un pavimento orizzontale. Il coefficiente di attrito fra cassetta e pavimento è 0,6. Con quale forza si dovrebbe trascinare la cassetta per farla muovere con velocità costante?

Per il primo principio della dinamica, perché la cassetta si muova con velocità costante, le forze che agiscono su di essa devono avere risultante nulla. In altre parole, la forza che trascina la cassetta e la forza di attrito sono uguali in modulo:

$$F = F_A \quad \Rightarrow \quad F = m g k = 50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,6 = 294,3 \text{ N}$$