

1. Due proiettili vengono sparati con velocità di modulo 98 m/s entrambi, ma con direzione uno a 30° e l'altro a 60° rispetto all'orizzontale. Calcola la loro gittata, verificando che è uguale.

Quando si spara un proiettile, esso compie una traiettoria parabolica, risultato della composizione di due moti indipendenti: uno rettilineo uniforme, per quanto riguarda la componente orizzontale, e uno rettilineo uniformemente accelerato, per quanto riguarda la componente verticale e le cui equazioni sono:

$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \text{Ricavando il tempo nella prima equazione e sostituendolo nella seconda, otteniamo:}$$

$$y = -\frac{g}{2 v_{0x}^2} x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x \quad \text{che è l'equazione di una parabola, passante per l'origine degli assi.}$$

Mettendo a sistema l'equazione della parabola con quella dell'asse x, possiamo determinare la generica gittata, che si ottiene risolvendo la seguente equazione:

$$x \left(-\frac{g}{2 v_{0x}^2} x + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \begin{cases} 0 & \text{corrispondente al punto di partenza} \\ \frac{2 v_{0y} v_{0x}}{g} & \text{la gittata} \end{cases}$$

Sostituendo alla generica gittata i dati forniti dal testo, otteniamo:

$$\text{primo caso: } x_1 = \frac{2 v_{0y} v_{0x}}{g} = \frac{2 \cdot 98 \text{ m/s} \cos 30^\circ \cdot 98 \text{ m/s} \sin 30^\circ}{9,81 \text{ m/s}^2} = 847,84 \text{ N}$$

$$\text{secondo caso: } x_2 = \frac{2 v_{0y} v_{0x}}{g} = \frac{2 \cdot 98 \text{ m/s} \cos 60^\circ \cdot 98 \text{ m/s} \sin 60^\circ}{9,81 \text{ m/s}^2} = 847,84 \text{ N}$$

$$x_1 = x_2 \quad \text{c.v.d.}$$

2. Due persone stanno trainando un oggetto di massa 50 kg, la prima verso Nord con una forza di 3 N, la seconda verso Est con una forza di 4 N. Calcola il modulo dell'accelerazione che viene impressa all'oggetto.

Le due persone applicano la loro forza con un angolo pari a 90° . Perciò, devo prima calcolare la risultante della forza, applicando il teorema di Pitagora:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ N} = 5 \text{ N}$$

Per determinare l'accelerazione dell'oggetto, applico il secondo principio della dinamica, secondo il quale: $F = m a$.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 0,1 \text{ m/s}^2$$

3. Due proiettili che hanno massa 1 kg e 2 kg sono sparati orizzontalmente dall'alto di una torre con la stessa velocità iniziale. Quale dei due arriva a terra per primo? Motiva la tua risposta.

I due proiettili arrivano a terra nello stesso momento, la massa non influisce sul loro movimento. Infatti avranno entrambi la componente verticale del moto espressa dall'equazione $y = h - \frac{1}{2} g t^2$, da cui si ricava lo stesso tempo di volo.

4. La Luna è un satellite della Terra che ruota su un'orbita pressappoco circolare a una distanza di $3,8 \cdot 10^8$ m. Sapendo che ha una massa di $7,3 \cdot 10^{22}$ kg e che il suo periodo è di 27,3 giorni, calcola la forza centripeta che la tiene in orbita.

Posso calcolare la forza centripeta tenendo presente il secondo principio della dinamica – $F = ma$ – la formula dell'accelerazione centripeta di un corpo che si muove di moto circolare uniforme – $a = \frac{v^2}{r}$ – e la formula della velocità tangenziale: $v = \frac{2\pi r}{T}$, essendo T il periodo di rotazione:

$$F = ma = m \frac{v^2}{r} = m \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = m \frac{(2\pi)^2 r}{T^2} = 1,97 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

5. Un corpo di massa 2 kg si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio 1 m. Per quale valore del periodo T la corrispondente forza centripeta risulta pari a 4,4 N? Se raddoppio la massa dell'oggetto, come varia il periodo? E se raddoppio il raggio?

Per quanto detto nell'esercizio precedente, la forza centripeta è espressa nel seguente modo: $F = m \frac{(2\pi)^2 r}{T^2}$

da cui posso ricavare il periodo T: $T = \sqrt{m \frac{(2\pi)^2 r}{F}} = 2\pi \sqrt{\frac{mr}{F}} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}}{4,4 \text{ N}}} = 4,24 \text{ s}$

Sia che raddoppi la massa dell'oggetto, sia che raddoppi il raggio della traiettoria, il periodo aumenta di un fattore $\sqrt{2}$, dato che il periodo è direttamente proporzionale sia a \sqrt{m} che a \sqrt{r} .

6. Con una forza orizzontale si trascina una cassetta di piastrelle di massa 40 kg, inizialmente ferma, su di un pavimento orizzontale. Il coefficiente di attrito fra cassetta e pavimento è 0,3. Con quale forza si dovrebbe trascinare la cassetta per farla muovere con velocità costante?

Per il primo principio della dinamica, perché la cassetta si muova con velocità costante, le forze che agiscono su di essa devono avere risultante nulla. In altre parole, la forza che trascina la cassetta e la forza di attrito sono uguali in modulo:

$$F = F_A \quad \Rightarrow \quad F = m g k = 40 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,3 = 117,72 \text{ N}$$