1. Due atleti, Mario e Franco, stanno facendo una corsa. Franco parte 15 m dietro Mario, correndo alla velocità di 9 m/s. Se Mario corre a 8 m/s, calcola dopo quanto tempo Franco raggiunge Mario e lo spazio percorso da Franco in tale intervallo di tempo. Rappresenta con un unico grafico spazio-tempo la corsa di Mario e Franco.

Determino innanzi tutto la legge oraria dei due atleti, notando che si tratta di un moto rettilineo uniforme:

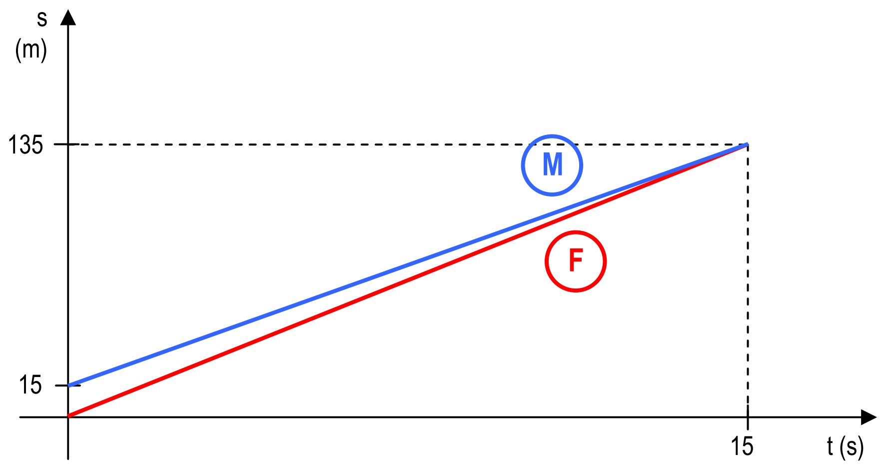
Mario: $s = 15 + 8t$ dato che $s_0 = 15m$ e $v = 8\ m/s$ ed è costante

Franco: $s = 9t$ dato che $s_0 = 0m$ e $v = 9\ m/s$ ed è costante

Per determinare in quanto tempo Franco raggiunge Mario, metto a sistema le due leggi orarie:

$$\begin{cases} s = 15 + 8t \\ s = 9t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9t = 15 + 8t \\ s = 9t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 15s \\ s = 135m \end{cases}$$

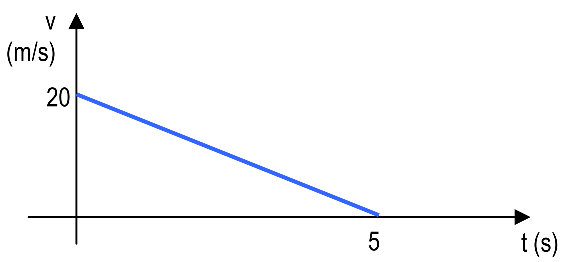
Rappresento la situazione in un grafico spazio-tempo:



2. Un corpo si muove con velocità espressa in funzione del tempo dalla relazione $v = 20 - 4t$, con la velocità v misurata in m/s e il tempo t in secondi. Quanto vale la velocità iniziale? Quanto vale l'accelerazione? Cosa succede al corpo al passare del tempo? Rappresenta il diagramma velocità-tempo definito dall'equazione e calcola lo spazio percorso dal corpo prima di fermarsi.

La legge $v = 20 - 4t$ è, in forma generale: $v = v_0 + a\ t$, perciò: $v_0 = 20\ m/s$ e $a = -4\ m/s^2$.

Avendo un'accelerazione negativa, il corpo sta rallentando.



Visto il grafico velocità-tempo, trattandosi di moto uniformemente accelerato, ricavo lo spazio come area sottesa dal grafico:

$$s = \frac{1}{2}\, v\, t = \frac{20\ m/s \cdot 5s}{2} = 50\ m$$

3. Un'automobile viaggia alla velocità di 72 km/h. Premendo il pedale dell'acceleratore la velocità aumenta con accelerazione costante fino a 144 km/h. Sapendo che lo spazio percorso durante la fase di accelerazione è 150 m, calcola l'accelerazione e l'intervallo di tempo in cui si è avuta la variazione di velocità.

$v_0 = 72\ km/h = 20\ m/s$ $\qquad$ $v = 144\ km/h = 40\ m/s$

$s = 300\ m$ $\qquad$ $a\ ?$ $\qquad$ $t\ ?$

Trattandosi di moto uniformemente accelerato, vale la relazione: $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$.

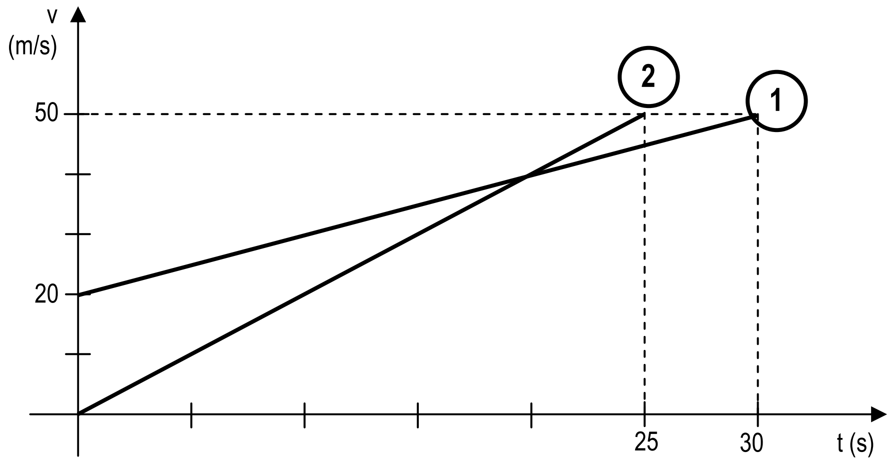
Facendo la formula inversa, posso determinare l'accelerazione dai dati forniti dal problema:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = 4\ m/s^2$$

Per ricavare il tempo, conoscendo la relazione: $s = \dfrac{v + v_0}{2} \cdot t$ ricavo il tempo con la formula inversa:

$$t = \frac{2\ s}{v + v_0} = 5\ s$$

4. Interpreta il diagramma velocità-tempo a lato, descrivendo il moto dei due oggetti e specificando cosa rappresenta il punto di intersezione delle due rette. Scrivi le equazioni del moto rappresentate e determina le coordinate del punto di intersezione.



Il diagramma rappresenta la situazione di un moto uniformemente accelerato di due oggetti, l'oggetto 1 e l'oggetto 2.
L'oggetto 1 parte da una velocità di 20 m/s e in 30 s raggiunge una velocità di 50 m/s.
L'oggetto 2 parte da fermo e in 25 secondi raggiunge una velocità di 50 m/s.
Il punto di intersezione delle due rette rappresenta l'istante in cui i due oggetti hanno la stessa velocità.

Determino l'accelerazione dei due oggetti, per poter determinare le equazioni del moto:

$$a_1 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{50\ m/s - 20\ m/s}{30\ s} = 1\ m/s^2 \qquad v = 20 + t$$

$$a_2 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{50\ m/s - 0\ m/s}{25\ s} = 2\ m/s^2 \qquad v = 2t$$

Per determinare le coordinate del punto di intersezione nel grafico, metto a sistema le due equazioni appena determinate:

$$\begin{cases} v = 2t \\ v = 20 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 2t \\ 2t = 20 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 40\ m/s \\ t = 20 s \end{cases}$$

5. Un corpo si muove lungo una circonferenza di raggio 10 m con velocità tangenziale di 30 m/s. Calcola l'accelerazione centripeta e la frequenza.

$$r = 10\ m$$
$$v = 30\ m/s \qquad a\ ? \qquad f\ ?$$

Per l'accelerazione: $a = \dfrac{v^2}{r} = \boxed{90\ m/s^2}$

Per determinare la frequenza, uso la formula inversa della velocità:

$$v = 2\,\pi\, r\, f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{2\,\pi\, r} = \boxed{0{,}48\ giri/s}$$

6. Un motore di aeroplano viene avviato per il collaudo. Le pale dell'elica sono lunghe 200 cm ciascuna. Sapendo che la frequenza delle pale è $4{,}5 \cdot 10^2$ giri/min, calcola la velocità tangenziale degli estremi di una pala, la velocità angolare e l'accelerazione centripeta.

$$r = 200\ cm = 2\ m$$
$$f = 4{,}5 \cdot 10^2\ giri/\min = 7{,}5\ giri/s \qquad v\ ? \qquad \omega\ ? \qquad a\ ?$$

Posso determinare la velocità tangenziale e la velocità angolare direttamente dai dati:

$$v = 2\,\pi\, r\, f = \boxed{94{,}25\ m/s}$$

$$\omega = 2\,\pi\, f = \boxed{47{,}12\ rad/s}$$

Per l'accelerazione: $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(2\pi r\, f)^2}{r} = 4\,\pi^2\, r\, f^2 = \boxed{4441{,}32\ m/s^2}$