

1. Due treni procedono con verso opposto lungo la stessa linea. Il treno A si muove a 80 km/h, il treno B a 100 km/h. Sapendo che le due città di partenza distano 360 km, stabilisci a quale distanza dalla città del treno A si incontrano e dopo quanto tempo dalla partenza, sapendo che partono nello stesso istante. Rappresenta con un unico grafico spazio-tempo la corsa dei due treni.

Determino innanzi tutto la legge oraria dei due treni, notando che si tratta di un moto rettilineo uniforme:

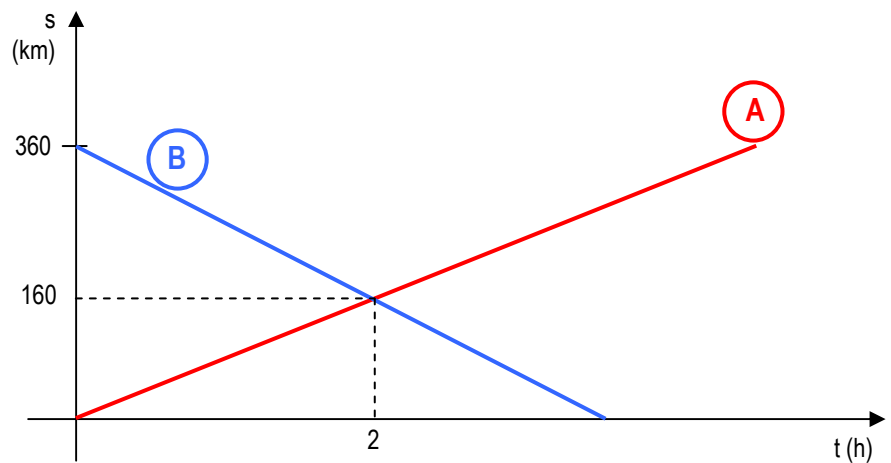
treno A: $s = 80t$ dato che $s_0 = 0 \text{ km}$ e $v = 80 \text{ km/h}$ ed è costante

treno B: $s = 360 - 100t$ dato che $s_0 = 360 \text{ km}$ e $v = 100 \text{ km/h}$ ma in verso opposto rispetto alla velocità del treno A.

Per determinare in quanto tempo i due treni si incontrano, metto a sistema le due leggi orarie:

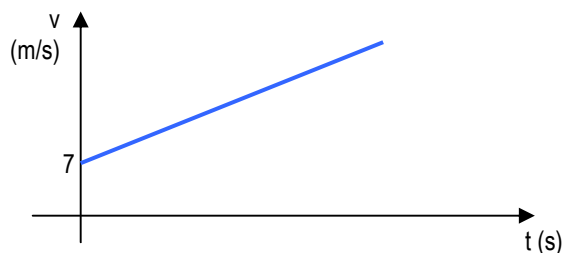
$$\begin{cases} s = 80t \\ s = 360 - 100t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80t = 360 - 100t \\ s = 80t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ h} \\ s = 160 \text{ km} \end{cases}$$

Rappresento la situazione in un grafico spazio-tempo:



2. Un corpo si muove con velocità espressa in funzione del tempo dalla relazione $v = 7 + 2t$, con la velocità v misurata in m/s e il tempo t in secondi. Quanto vale la velocità iniziale? Quanto vale l'accelerazione? Cosa succede al corpo al passare del tempo? Rappresenta il diagramma velocità-tempo definito dall'equazione e calcola lo spazio percorso dal corpo in 10 s.

La legge $v = 7 + 2t$ è, in forma generale: $v = v_0 + at$, perciò: $v_0 = 7 \text{ m/s}$ e $a = 2 \text{ m/s}^2$. Avendo un'accelerazione positiva, il corpo sta aumentando la propria velocità.



Visto il grafico velocità-tempo, trattandosi di moto uniformemente accelerato, ricavo lo spazio dalla legge oraria:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 7 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ s}^2 = 170 \text{ m}$$

3. Un automobilista viaggia alla velocità di 72 km/h. Avendo visto un ostacolo a 200 m dalla sua posizione, comincia a frenare. Sapendo che riesce a fermarsi prima di investire l'ostacolo, calcola l'accelerazione e l'intervallo di tempo in cui si è avuta la variazione di velocità.

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \qquad v = 0 \text{ km/h} = 0 \text{ m/s}$$

$$s = 200 \text{ m} \qquad a ? \qquad t ?$$

Trattandosi di moto uniformemente accelerato, vale la relazione: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$.

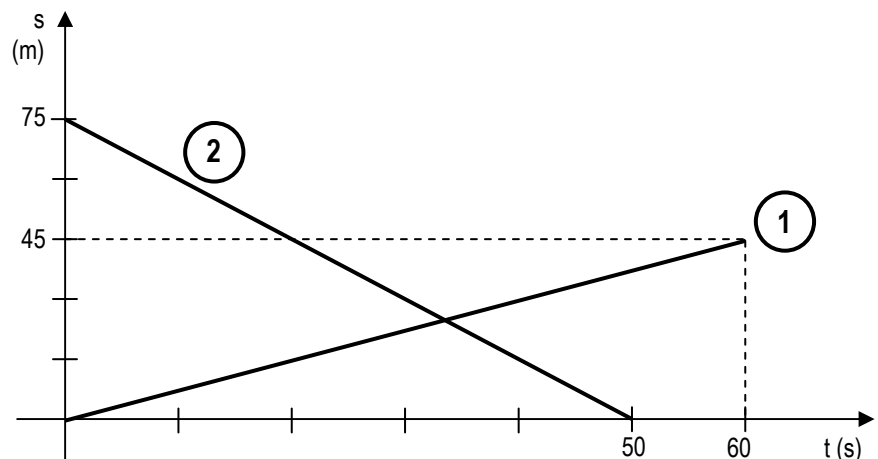
Facendo la formula inversa, posso determinare l'accelerazione dai dati forniti dal problema:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = -1 \text{ m/s}^2$$

Per ricavare il tempo, conoscendo la relazione: $s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$ ricavo il tempo con la formula inversa:

$$t = \frac{2s}{v + v_0} = 20 \text{ s}$$

4. Interpreta il diagramma spazio-tempo a lato – supponendo si tratti di un moto rettilineo – descrivendo il moto dei due oggetti e specificando cosa rappresenta il punto di intersezione delle due rette. Scrivi le equazioni del moto rappresentate e determina le coordinate del punto di intersezione.



Il diagramma rappresenta la situazione di un moto rettilineo uniforme di due oggetti, l'oggetto 1 e l'oggetto 2. L'oggetto 1 parte da una posizione iniziale uguale a 0 e in 60 secondi si trova a 45 m dalla sua posizione iniziale. L'oggetto 2 parte da una posizione iniziale di 75 m e raggiunge in 50 secondi il punto di partenza dell'oggetto 1. Il punto di intersezione delle due rette rappresenta l'istante in cui i due oggetti si incontrano.

Determino la velocità dei due oggetti, per poter determinare le equazioni del moto:

$$v_1 = \frac{s - s_0}{t} = \frac{45 \text{ m} - 0 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 0,75 \text{ m/s} \qquad s = 0,75 t$$

$$v_2 = \frac{s - s_0}{t} = \frac{0 \text{ m} - 75 \text{ m}}{50 \text{ s}} = -1,5 \text{ m/s} \qquad s = 75 - 1,5t$$

Per determinare le coordinate del punto di intersezione nel grafico, metto a sistema le due equazioni appena determinate:

$$\begin{cases} s = 0,75 t \\ s = 75 - 1,5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 0,75 t \\ 0,75 t = 75 - 1,5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 25 \text{ m} \\ t = 33,33 \text{ s} \end{cases}$$

5. Un motore di aeroplano viene avviato per il collaudo. L'elica ha un'estensione di 200 cm. Sapendo che la frequenza delle pale è $1,5 \cdot 10^3$ giri/min, calcola la velocità tangenziale degli estremi di una pala, la velocità angolare e l'accelerazione centripeta.

$$r = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$f = 1,5 \cdot 10^3 \text{ giri/min} = 25 \text{ giri/s} \quad v? \quad \omega? \quad a?$$

Posso determinare la velocità tangenziale e la velocità angolare direttamente dai dati:

$$v = 2 \pi r f = 157,08 \text{ m/s}$$

$$\omega = 2 \pi f = 157,08 \text{ rad/s}$$

Per l'accelerazione:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 4 \pi^2 r f^2 = 24674,01 \text{ m/s}^2$$

6. Un corpo si muove lungo una circonferenza con velocità tangenziale di 30 m/s e una frequenza di 0,48 Hz. Calcola la velocità angolare e il raggio della circonferenza.

$$f = 0,48 \text{ Hz}$$

$$v = 30 \text{ m/s} \quad \omega? \quad r?$$

Per la velocità angolare:

$$\omega = 2 \pi f = 3,02 \text{ rad/s}$$

Per determinare la misura del raggio, uso la formula inversa della velocità:

$$v = 2 \pi r f \Rightarrow r = \frac{v}{2 \pi f} = 9,95 \text{ m}$$