

1. Discuti i seguenti sistemi lineari di primo grado di due equazioni in due incognite:

a.
$$\begin{cases} \frac{4x - 3y}{6} - \frac{2x - 2y - 1}{6} = \frac{7}{12} \\ (x - 2)(2y + 1) - (2x - 1)(y - 1) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 6y - 4x + 4y + 2 = 7 \\ 2xy + x - 4y - 2 - 2xy + 2x + y - 1 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 5 \\ 2x - 2y = 3 \end{cases} \quad \frac{4}{2} \neq \frac{-2}{-2}$$

det.

b.
$$\begin{cases} x + 3 + (y + 1)^2 = y^2 \\ 3(x + 2y) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3 + y^2 + 2y + 1 = y^2 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y = -4 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \neq \frac{-4}{2}$$

imp.

c.
$$\begin{cases} (x + 2)^2 - 2y = x^2 \\ 2(x + 1) = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 - 2y = x^2 \\ 2x + 2 = y \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 2y = -4 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \quad \frac{4}{2} = \frac{-2}{-1} = \frac{-4}{-2}$$

ind.

2. Risolvi il seguente sistema applicando tutti i metodi algebrici che conosci:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione:
$$\begin{cases} x = -y + 7 \\ 3(-y + 7) - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ -3y - y = -21 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y + 7 \\ 4y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Metodo di eliminazione:
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + y = -1 \\ 3x + 3y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x = 8 \\ x = 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4y = 20 \\ y = 5 \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Metodo del confronto: $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 7 - x \end{cases} \Rightarrow 3x - 1 = 7 - x \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$

$\begin{cases} x = \frac{y+1}{3} \\ x = 7 - y \end{cases} \Rightarrow \frac{y+1}{3} = 7 - y \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Metodo di Cramer: $D = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 1 = 4$

$D_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 7 = 8$

$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = 21 - 1 = 20$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

3. Risolvi il seguente sistema con il metodo che ritieni più adeguato:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1+2y}{y} = -3 \\ \frac{3+x}{x} - \frac{1}{y} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2y}{y} = -3 \\ \frac{3}{x} + \frac{x}{x} - \frac{1}{y} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 2 = -3 \\ \frac{3}{x} + 1 - \frac{1}{y} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -5 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = -3 \end{cases}$$

Pongo: $\begin{cases} \frac{1}{x} = n \\ \frac{1}{y} = m \end{cases}$

e il sistema diventa: $\begin{cases} n + m = -5 \\ 3n - m = -3 \end{cases}$

$$\begin{aligned} 4n &= -8 \\ n &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3n + 3m &= -15 \\ -3n + m &= +3 \\ 4m &= -12 \\ m &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = -2 \\ \frac{1}{y} = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

4. Dividi il numero 50 in quattro parti, sapendo che la seconda parte è doppia della prima e la terza è tripla della quarta. Inoltre, la somma delle prime due parti è doppia della terza. Determina le quattro parti in cui viene diviso il numero 50.

$$N_1 = x$$

$$N_2 = 2x$$

$$N_3 = 3y$$

$$N_4 = y$$

$$\begin{cases} x + 2x + 3y + y = 50 \\ x + 2x = 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 50 \\ 3x = 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ 6y + 4y = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ 10y = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$N_1 = x = 10$$

$$N_2 = 2x = 20$$

$$N_3 = 3y = 15$$

$$N_4 = y = 5$$