

1. Studia la seguente funzione, rappresentando i risultati in un grafico:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x}$$

- Si tratta di una funzione ALGEBRICA RAZIONALE FRATTA
- Dominio: $D_f: x^2 + 5x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0; x \neq -5 \Rightarrow D_f =]-\infty; -5[\cup]-5; 0[\cup]0; +\infty[$
- Come si evince dal dominio, che non ha simmetrie rispetto all'asse y, la funzione non è né pari né dispari
- Intersezione con gli assi:

$$\text{asse x: } \begin{cases} y = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \begin{cases} -4 \\ 1 \end{cases}$$

$$A(-4; 0) \quad B(1; 0)$$

Non ci sono intersezioni con l'asse y, che è escluso dal dominio.

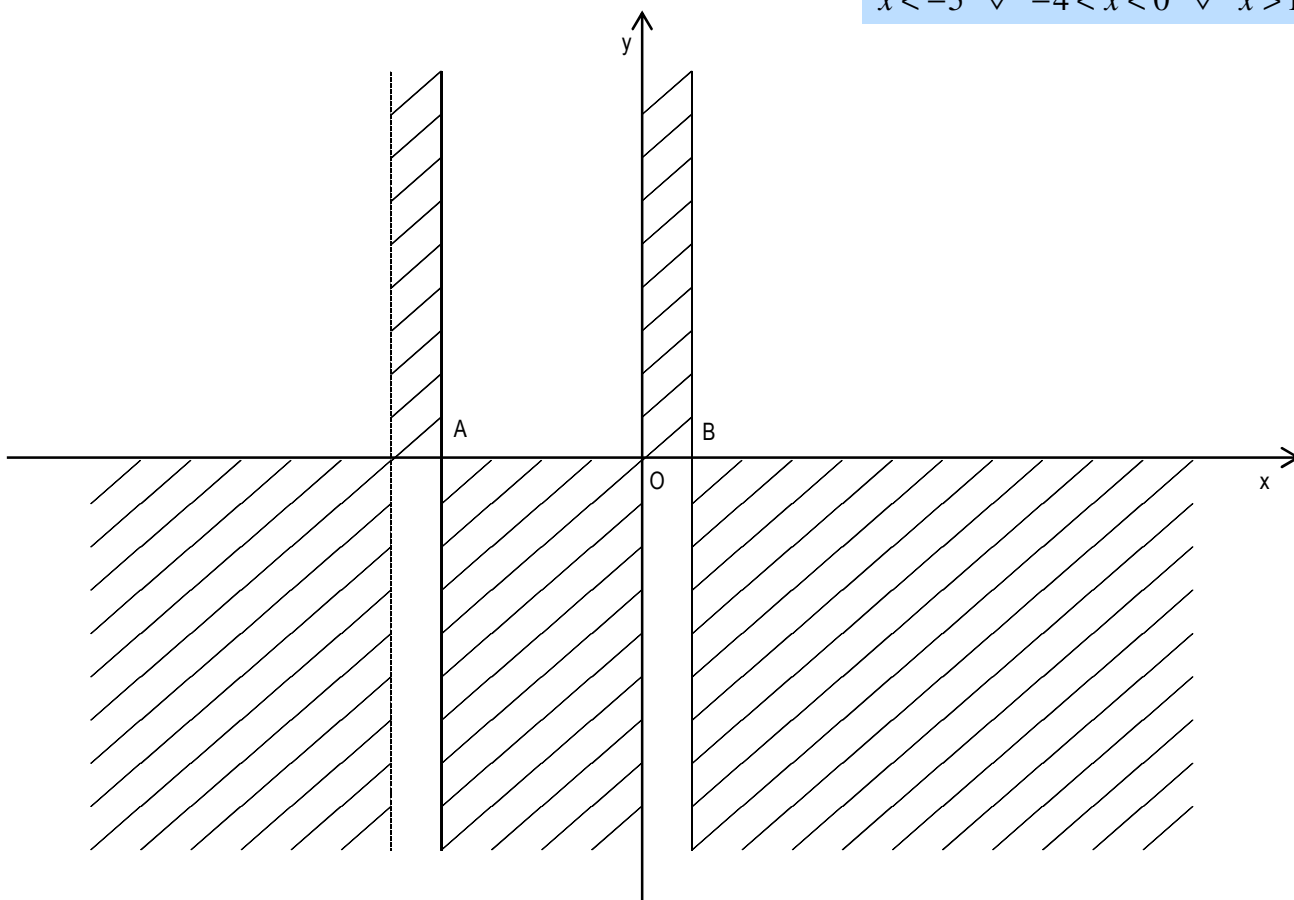
- Positività della funzione:

$$\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x} > 0$$

$$N > 0: x < -4 \vee x > 1$$

$$D > 0: x < -5 \vee x > 0$$

$$x < -5 \vee -4 < x < 0 \vee x > 1$$



2. Scrivi in forma analitica una funzione che abbia dominio $D_f =]-\infty; -2[\cup]-2; 1[\cup]1; +\infty[$

Ad esempio $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 4)}{x^2 + x - 2}$

3. Fai un esempio di intervallo aperto a destra e chiuso a sinistra:

Ad esempio $[5; 16[$

4. Si dice funzione di A in B, dati due insiemi A e B, una legge che associ a ogni elemento di A uno e un solo elemento di B.

5. Calcola i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5^{x-3} = 0$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{3x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{3x} = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x - 9}{x^4 - 9x^2 + 3x - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 3)}{x^2(x^2 - 9) + 3(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 3)}{x^2(x-3)(x+3) + 3(x-3)} =$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 3)}{(x-3)(x^3 + 3x^2 + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x + 3}{x^3 + 3x^2 + 3} = \frac{9 + 9 + 3}{27 + 27 + 3} = \frac{7}{19}$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} = +\infty$

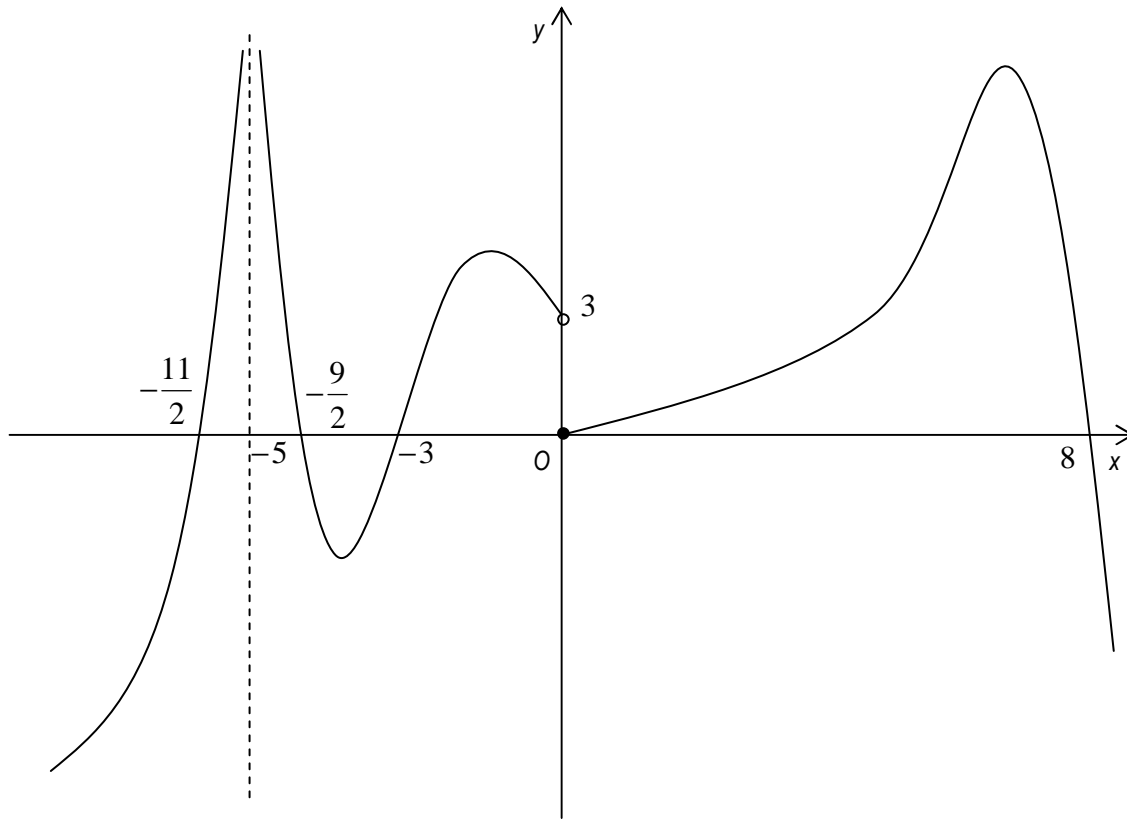
e. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^2 + 1) = 0$

f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 7x + 8) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$

g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 6x + 4}{2x^4 + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4}{2x^4} = \frac{3}{2}$

h. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5}{(x+3)^2} = +\infty$

6. Osserva il seguente grafico e completa:



Dominio: $D_f =]-\infty; -5[\cup]-5; +\infty[$

Codominio: $C_f =]-\infty; +\infty[$

Funzione limitata? NO

È una funzione pari? NO, perché non è simmetrica rispetto all'asse y

Punti di intersezione con gli assi cartesiani: $A\left(-\frac{11}{2}; 0\right); B\left(-\frac{9}{2}; 0\right); C(-3; 0); O(0; 0); D(8; 0)$

Per quali valori di x è positiva? $-\frac{11}{2} < x < -\frac{9}{2} \vee -3 < x < 8$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$