1. Compiendo un lavoro di 600 J su un oggetto di massa m questo raggiunge una velocità finale v, partendo da fermo. Quanto lavoro si deve compiere per far passare lo stesso oggetto da una velocità iniziale pari a 3 v ad una velocità finale metà di quella precedente?

Per il teorema delle "forze vive", ottengo che il lavoro di 500 J è pari a: $W = 600\,J = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2$.

Nel secondo caso, sempre per il teorema delle "forze vive" ottengo un lavoro pari a: $W_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$.

Ricordo che, nel secondo caso, $v_0 = 3\,v$ e $v_1 = \frac{1}{2}v$. Sostituendo nella relazione precedente ottengo:

$$W_1 = \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}v\right)^2 - \frac{1}{2}m\,(3v)^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{1}{4} - 9\right) = -\frac{35}{4}W = -\frac{35}{4}\cdot 600\,J = \boxed{-5250\ J}$$

2. Un oggetto di 12 kg si sta muovendo con una velocità di 15 m/s. Quanto lavoro deve essere compiuto per frenare l'oggetto? Quanta strada compie l'oggetto prima di essere fermato, supponendo che l'oggetto subisca una decelerazione di 3 m/s²? Qual è il modulo della forza frenante?

$$m = 12\,kg \qquad v_0 = 15\ m/s \qquad v = 0\,m/s \qquad a = 3\ m/s^2 \qquad W\,? \qquad \Delta x? \qquad F\,?$$

Per determinare il lavoro fatto per fermare l'oggetto, applico il teorema delle "forze vive":

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2 = \boxed{-1350\ J}$$

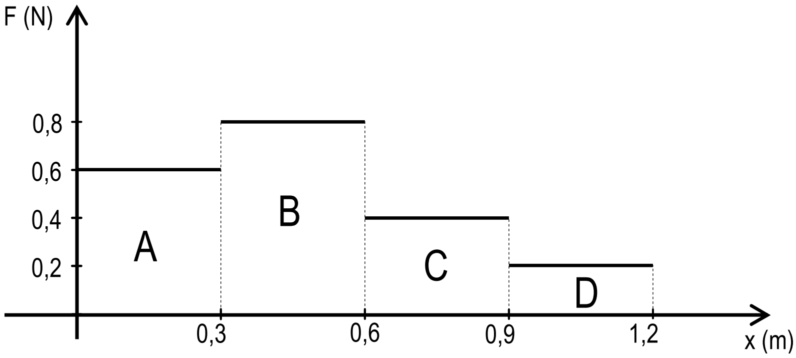
Visto che forza e spostamento hanno la stessa direzione, ma verso opposto, $W = -F\,\Delta x$ che, per la formula inversa, diventa:

$$\Delta x = -\frac{W}{F}$$

Per il secondo principio della dinamica: $F = m\,a$, perciò: $\Delta x = -\frac{W}{m\,a} = \boxed{37{,}5\ m}$

Per determinare la forza agente, utilizzando sempre il secondo principio della dinamica ottengo: $F = m\,a = \boxed{36\ N}$

3. Una forza dipendente dalla posizione, come è mostrato in figura, agisce su un oggetto. Qual è la posizione finale dell'oggetto se la sua posizione iniziale è x = 0,3 m e il lavoro compiuto su di esso è di 0,41 J?



Partendo dalla posizione iniziale dell'oggetto, considerato che il lavoro compiuto su di esso è 0,41 J, la posizione finale sarà oltre 0,3 m nella direzione positiva dell'asse delle ascisse.
Determino innanzi tutto il lavoro compiuto nei singoli tratti, determinando l'area dei tre rettangoli B, C e D:

$$W_B = 0{,}3\,m \cdot 0{,}8\ N = 0{,}24\ J$$

$$W_C = 0{,}3\,m \cdot 0{,}4\ N = 0{,}12\ J \qquad\qquad W_D = 0{,}3\,m \cdot 0{,}2\ N = 0{,}06\ J$$

Considerando il lavoro dei singoli tratti, la posizione finale sarà nel tratto del rettangolo D tra 0,9 m e 1,2 m.
Infatti:

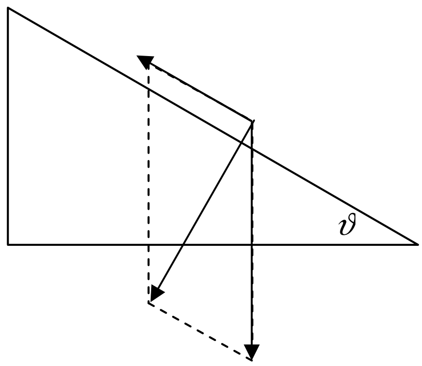
$$W_B + W_C + W_x = 0{,}41\,J \quad \Rightarrow \quad W_x = 0{,}41\,J - W_B - W_C = 0{,}41\,J - 0{,}24\,J - 0{,}12\,J = 0{,}05\,J$$

Considerando sempre il significato geometrico del lavoro come area sottesa dal grafico:

$$W_x = 0{,}05\,J \quad \Rightarrow \quad W_x = 0{,}2\,N \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{W_x}{0{,}2\ N} = 0{,}25\ m$$

Perciò la posizione finale è: $0{,}9\,m + 0{,}25\,m = \boxed{1{,}15\ m}$

4. Un blocco di massa m viene spinto con velocità costante lungo un piano inclinato di 30°. Supponendo che non ci siano attriti, quanto vale la forza applicata per spingere il blocco lungo il piano? Quanto varrebbe la forza se fosse presente una forza di attrito pari a 0,23 N? Supponi che la massa dell'oggetto sia di 130 g.



Siccome la cassa sale con una velocità costante, per il primo principio della dinamica la risultante delle forze agenti sulla cassa deve essere nulla. In altre parole, la forza con la quale la cassa viene spinta è uguale alla componente della forza peso parallela al piano.
Determiniamo quindi il valore della componente della forza peso parallela al piano:

$$F = W_{//} = W\ sen\ \vartheta = m\,g\ sen\ \vartheta = \boxed{0{,}63765\ N}$$

Per determinare la forza che dovrei esercitare nel caso in cui ci sia una forza d'attrito, sempre per il fatto che la somma delle forze agenti sull'oggetto è nulla (primo principio della dinamica), ottengo:

$$F = W_{//} + F_k = W\ sen\ \vartheta + F_k = m\,g\ sen\ \vartheta + F_k = \boxed{0{,}86765\ N}$$

5. Qual è la potenza media necessaria per accelerare un'automobile di 1000 kg da 0 a 118,8 km/h in 15 secondi? Supponi che tutte le forze di attrito siano nulle.

Sempre per il teorema delle "forze vive":

$$W = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

(in ogni caso dovrò sostituire una velocità in m/s: 118,8 km/h = 33 m/s)

Quindi la potenza: $$P = \frac{W}{t} = \frac{m v^2}{2t} = 36{,}3\ kW$$

6. Per impedire a una barca che imbarca acqua di affondare è necessario pompare 5,5 kg d'acqua ogni secondo da sotto coperta fino a un'altezza di 3,00 m per farla uscire dalla barca. Qual è la minima potenza della pompa che può essere usata per salvare la barca?

Il lavoro compiuto per far uscire i 5,5 kg di acqua dalla barca e portarli a un'altezza di 3,00 m è opposto al lavoro compiuto dalla forza peso, perciò:

$$W = m g h$$

La potenza quindi è: $$P = \frac{W}{t} = \frac{m g h}{t} = 161{,}865\ W$$