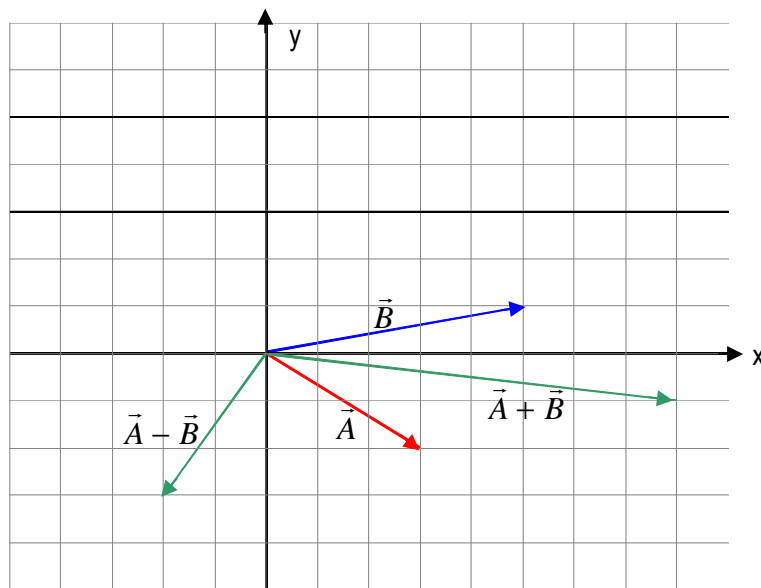


1. Rappresenta i vettori $\vec{A} = 3\hat{x} - 2\hat{y}$, $\vec{B} = 5\hat{x} + \hat{y}$, $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$. Calcola inoltre:

- $\vec{A} + \vec{B}$ e $|\vec{A} + \vec{B}|$
- $\vec{A} - \vec{B}$ e $|\vec{A} - \vec{B}|$
- l'angolo ϑ_A formato dal vettore \vec{A} con il verso positivo dell'asse x
- l'angolo ϑ_B formato dal vettore \vec{B} con il verso positivo dell'asse x



a. $\vec{A} + \vec{B} = (3 + 5)\hat{x} + (-2 + 1)\hat{y} = 8\hat{x} - \hat{y}$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{8^2 + (-1)^2} = 8,06$$

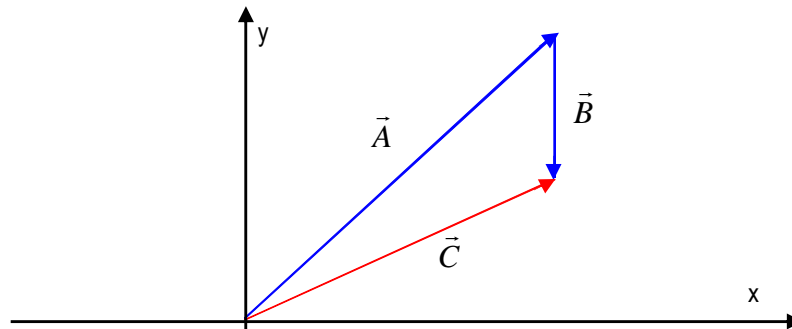
b. $\vec{A} - \vec{B} = (3 - 5)\hat{x} + (-2 - 1)\hat{y} = -2\hat{x} - 3\hat{y}$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = 3,61$$

c. $\vartheta_A = \text{tg}^{-1} \frac{A_y}{A_x} + 360^\circ = 326^\circ 18' 36''$

d. $\vartheta_B = \text{tg}^{-1} \frac{B_y}{B_x} = 11^\circ 18' 36''$

2. Sei su una barca che va a 8,49 m/s con un angolo di 45° verso la sorgente di un fiume che scorre a 3,5 m/s. Qual è la tua velocità rispetto alla riva? (indicane modulo e direzione)



$$\vec{A} = 8,49 \cos 45^\circ \hat{x} + 8,49 \sin 45^\circ \hat{y} = 6 \hat{x} + 6 \hat{y} \quad \text{spostamento della barca rispetto alla corrente}$$

$$\vec{B} = -3,5 \hat{y} \quad \text{scorrimento del fiume}$$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 6 \hat{x} + (6 - 3,5) \hat{y} = 6 \hat{x} + 2,5 \hat{y}$$

$$C = \sqrt{6^2 + 2,5^2} \text{ m/s} = 6,5 \text{ m/s}$$

$$\vartheta_C = \operatorname{tg}^{-1} \frac{C_y}{C_x} = 22^\circ 37' 12''$$

3. Un oggetto viene lanciato verso l'alto con una velocità di 5,886 m/s. Dopo quanto tempo ricade al suolo? Quale altezza ha raggiunto?

Considero solamente il viaggio di andata dell'oggetto, visto che, al ritorno, l'oggetto percorre la stessa distanza e impiega lo stesso tempo. Perciò calcolo il tempo di salita e il tempo totale di moto sarà il doppio di quello di salita.

$$\text{Nel caso del tempo di salita: } v_0 = 5,886 \text{ m/s} \quad a = -g = -9,81 \text{ m/s}^2 \quad v = 0 \text{ m/s}$$

$$v = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 5,886 \text{ m/s}}{-9,81 \text{ m/s}^2} = 0,6 \text{ s}$$

Perciò il tempo totale del moto è: 1,2 s

Per determinare l'altezza raggiunta, considero sempre e solo l'andata:

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 5,886^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2(-9,81 \text{ m/s}^2)} = 1,7658 \text{ m}$$

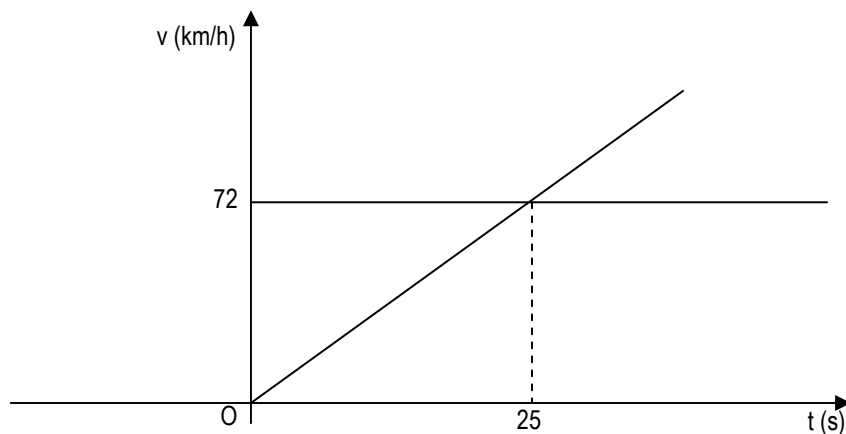
4. Un'auto sta viaggiando con una velocità di 97,2 km/h, quando l'autista vede un ostacolo a 50 m. Con quale decelerazione dovrebbe frenare per evitare l'ostacolo? In quanto tempo avviene l'arresto?

$$v_0 = 97,2 \text{ km/h} = 27 \text{ m/s} \qquad v = 0 \text{ m/s} \qquad x = 50 \text{ m} \qquad a, t ??$$

$$x = \frac{1}{2} (v + v_0) t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2x}{v + v_0} = \frac{100 \text{ m}}{27 \text{ m/s}} = 3,70 \text{ s}$$

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{0 - 27^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{100 \text{ m}} = -7,29 \text{ m/s}^2$$

5. Un'auto rossa viaggia con velocità costante di 72 km/h e passa vicino ad un'auto verde, ferma sul ciglio della strada, che parte immediatamente. Se l'auto verde accelera costantemente di 0,8 m/s², dopo quanto tempo ha la stessa velocità dell'auto rossa? Dopo quanto tempo la raggiunge? Quanta strada ha percorso per raggiungerla? Rappresenta la situazione in un grafico v/t.



$$v_R = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \qquad x = 20 t \qquad \text{legge oraria}$$

$$v_{V_0} = 0 \text{ m/s} \qquad a = 0,8 \text{ m/s}^2 \qquad x = 0,4 t^2 \qquad \text{legge oraria}$$

Per rispondere alla prima domanda: $v_V = 20 \text{ m/s}$

$$v_V = v_{V_0} + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_V - v_{V_0}}{a} = \frac{20 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{0,8 \text{ m/s}^2} = 25 \text{ s}$$

Per rispondere alla seconda domanda, risolvo il sistema che ha per equazioni le due leggi orarie:

$$\begin{cases} x = 20 t \\ x = 0,4 t^2 \end{cases} \Rightarrow 0,4 t^2 = 20 t \Rightarrow t (0,4 t - 20) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \text{ s} \\ t_2 = 50 \text{ s} \end{array} \right.$$

$$t = 50 \text{ s}$$

$$x = 1000 \text{ m}$$